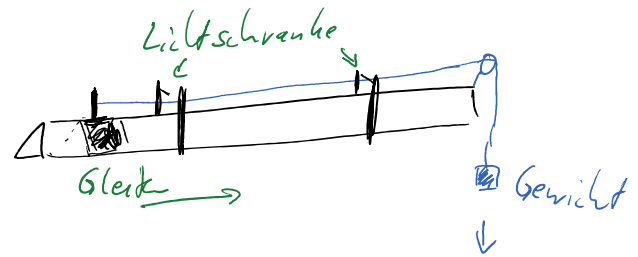


2.1.2. GLEICHMÄSSIG BESCHLEUNIGTE BEWEGUNG

Gleit wird über
Gericht von der
Erdausziehung beschleunigt



- mittlere Geschwindigkeit

$$\langle v \rangle = \frac{x}{t} \neq \text{const}$$

- momentane Geschwindigkeit

$$v(t) = \frac{dx}{dt} \neq \text{const}$$

$$v(t) \neq \langle v \rangle$$

Beschleunigung

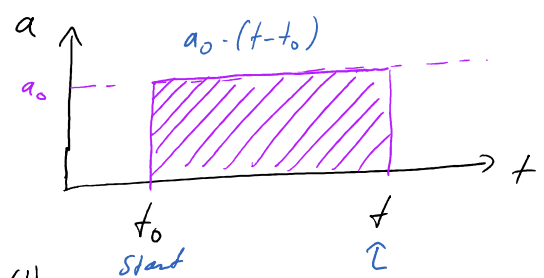
$$\Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$$

acceleration $[a] = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \hat{=}$ Geschwindigkeit ändert sich in 1 Sekunde um $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Gleichförmig beschleunigt:

$$\hookrightarrow a(t) = \text{const} = a_0$$



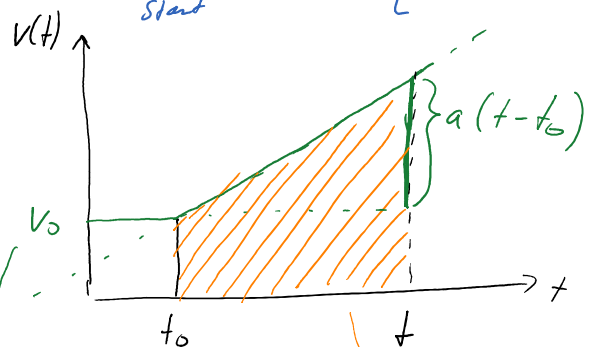
Geschwindigkeit?

$$a = \frac{dv}{dt} \quad +$$

$$\Rightarrow v(t) = \int_{t_0}^t a(t') dt' =$$

$$= a_0(t - t_0) + v_0$$

Anfangsgeschw.



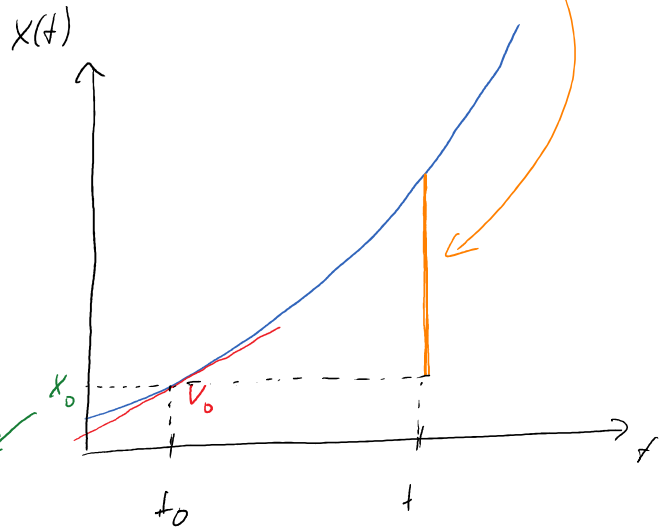
$x(t)$

Bewegungsgleichung (Ort):

$$x(t) = \int_{t_0}^t v(t') dt' = \int_{t_0}^t (a_0(t' - t_0) + v_0) dt' =$$

$$= \frac{1}{2} a_0 (t - t_0)^2 + v_0 (t - t_0) + x_0$$

Anfangsord



Bsp. Luftkissenbahn

$$x_0 = 0$$

$$v_0 = 0 \Rightarrow$$

$$t_0 = 0$$

$$v(t) = a_0 \cdot t$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2$$

$$\rightarrow a_0 = \frac{v}{t}$$

$$a_0 = \frac{2x}{t^2}$$

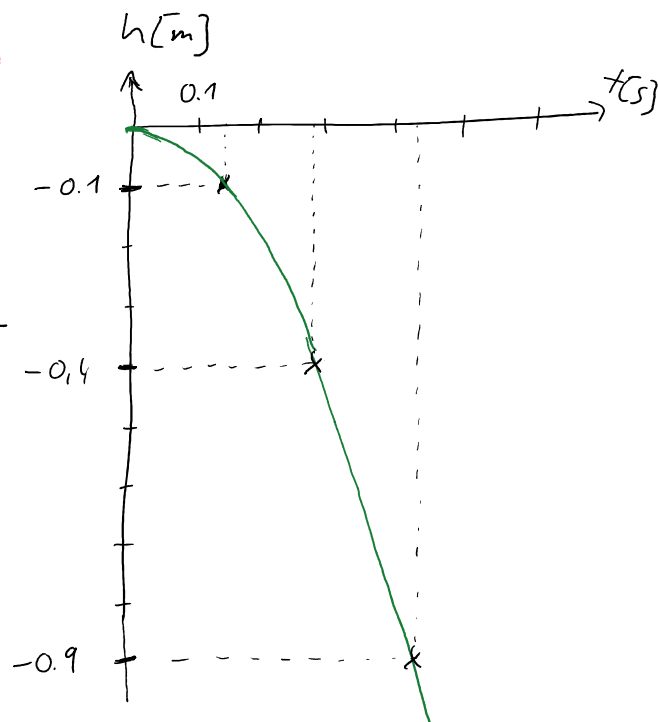
2.1.3. FREIER FALL

Schwerkraft auf der Erdoberfläche ist annähernd konstant

↳ Erdbeschleunigung $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$

Versuch: freier Fall

Höhe $h[m]$	Zeit $[s]$	Erdbeschleunigung $g[m/s^2]$
-0,1	0,142	9,9
-0,4	0,283	10,0
-0,9	0,431	9,7



$$h = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$g = -\frac{2L}{t^2}$$

Mond: $g_{\text{M}} \sim 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Sonne $g_{\text{S}} \sim 274 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Achtung: Im Allgemeinen kann auch die Beschleunigung eine Funktion der Zeit sein: $a = a(t)$

↳ die einfachen Gleichungen gelten dann nicht mehr.

2.2 MEHRDIMENSIONALE BEWEGUNG

bisher: Spezialfall 1D

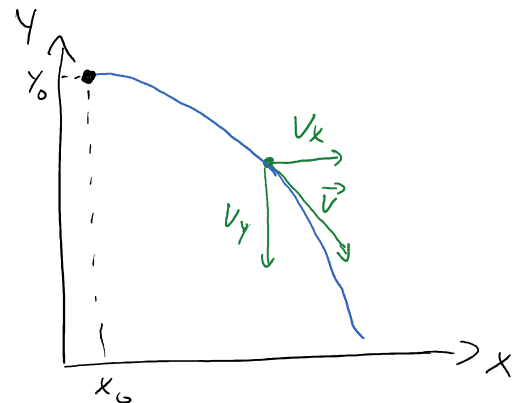
allg.: 3D; Bewegung in

3 Raumrichtungen

↳ Position $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ist eine

Vektorgröße

• ebenso $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$; $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$



Rechenregel:

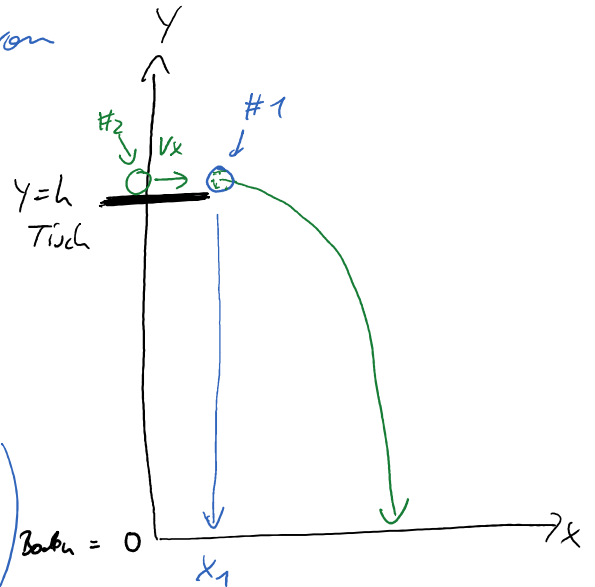
Ableitung wird **Komponentenweise** ausgeführt

↳ z.B. $\vec{v} = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} = \left(\frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k} \right)$

⇒ Bewegungsgleichungen gelten komponentenweise
und unabhängig voneinander!

Versuch: 2 Tennisbälle fallen von der Tischplatte

Beobachtung: Beide Bälle kommen gleichzeitig auf dem Boden an.



Ball #1:

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} x_1 \\ h \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Boden} = 0$$

$$\vec{x}_1(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \\ z_1(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \vec{a} t^2 + \vec{v}_0 \cdot t + \vec{x}_0 =$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} x_1 \\ h \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{drei Gleichungen}$$

(zwei; z=0)

$$x_1(t) = \frac{1}{2} \cdot 0 \cdot t^2 + 0 \cdot t + x_1 = x_1$$

$$y_1(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + 0 \cdot t + h = \underline{\underline{h - \frac{1}{2} g t^2}}$$

$$z_1(t) = 0 + 0 + 0 = 0$$

Ball #2 $x_2 = x_1 = \text{Tischkante}$

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} x_2 \\ h \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}_2(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} v_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot t + \begin{pmatrix} x_2 \\ h \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x_2(t) = \frac{1}{2} \cdot 0 \cdot t^2 + v_x \cdot t + x_2 = \underline{v_x \cdot t} + x_2$$

$$y_2(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + 0 \cdot t + h = \underline{\underline{h - \frac{1}{2} g t^2}}$$

$$z_2(t) = 0$$

gleiche Bewegungsgleichung für $y_1(t)$ und $y_2(t)$

$$y_1(t) = y_2(t)$$

↳ gleiche Ankunftszeit $y(t) = 0$

Versuch: Affenschuß

↳ wohin zielen?



Auf den Affen, weil Affe und Geschoss
fallen gemeinsam.

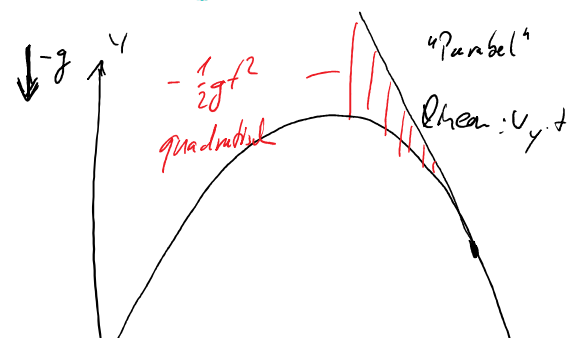
Waagrecht Bewegung $x(t)$ und
senkrecht $y(t)$ sind unabhängig

2.2.1 WURFPARABEL

Bewegungsgleichung ist eine Parabel im Raum

$$y(t) = \underbrace{-\frac{1}{2}gt^2}_{\text{quadratisch}} + \underbrace{v_{0,y} \cdot t}_{\text{linear}} + \underbrace{y_0}_{\text{const.}}$$

$$x(t) = v_{0,x} \cdot t + x_0$$



$$x(t) = v_{0,x} \cdot t + x_0$$



jede Komponente ist eine Summe aus
quadratischem, linearem und konstanten Anteil

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -gt + v_{x,0} \\ v_{y,0} \\ v_{z,0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix}$$