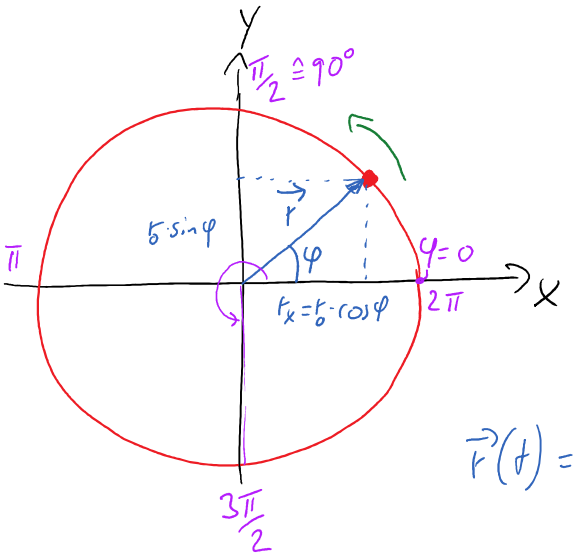
Kreisbewegung

Mittwoch, 6. Mai 2020 21:40

FEEDBACK:

Ich bitte Sie über folgenden Link um ein kurzes Feedback:
https://www.studium.fb08.uni-mainz.de/helpdesk/feedback/
Was läuft aus Ihrer Sicht gut, was weniger? Welche Änderungen würden Sie sich wünschen? Was sollte beibehalten werden?
Ihr Feedback kann gerne anonym erfolgen. Geben Sie aber bitte unbedingt den Namen der Lehrveranstaltung an, zu der Sie gerne Feedback abgeben möchten.

2.3.3. KREISBEWEGUNG



Ortsvektor $\vec{r}$, Länge r_0
Winkel φ "phi"

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r_x(t) \\ r_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_0 \cdot \cos\varphi \\ r_0 \cdot \sin\varphi \end{pmatrix} = r_0 \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$$

Koordinatensysteme

- Kartesische Koordinatensystem : (r_x, r_y)
- Polarkoordinaten : (r_0, φ)

Kreisbewegung:

- $r(t) = r_0 = \text{const.}$
- $\varphi(t) \propto t$ Winkel ändert sich linear mit der Zeit

$$\varphi(t) = \omega \cdot t$$

↳ "omega"

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \dot{\varphi}(t)$$

Drehwinkel

Winkel-

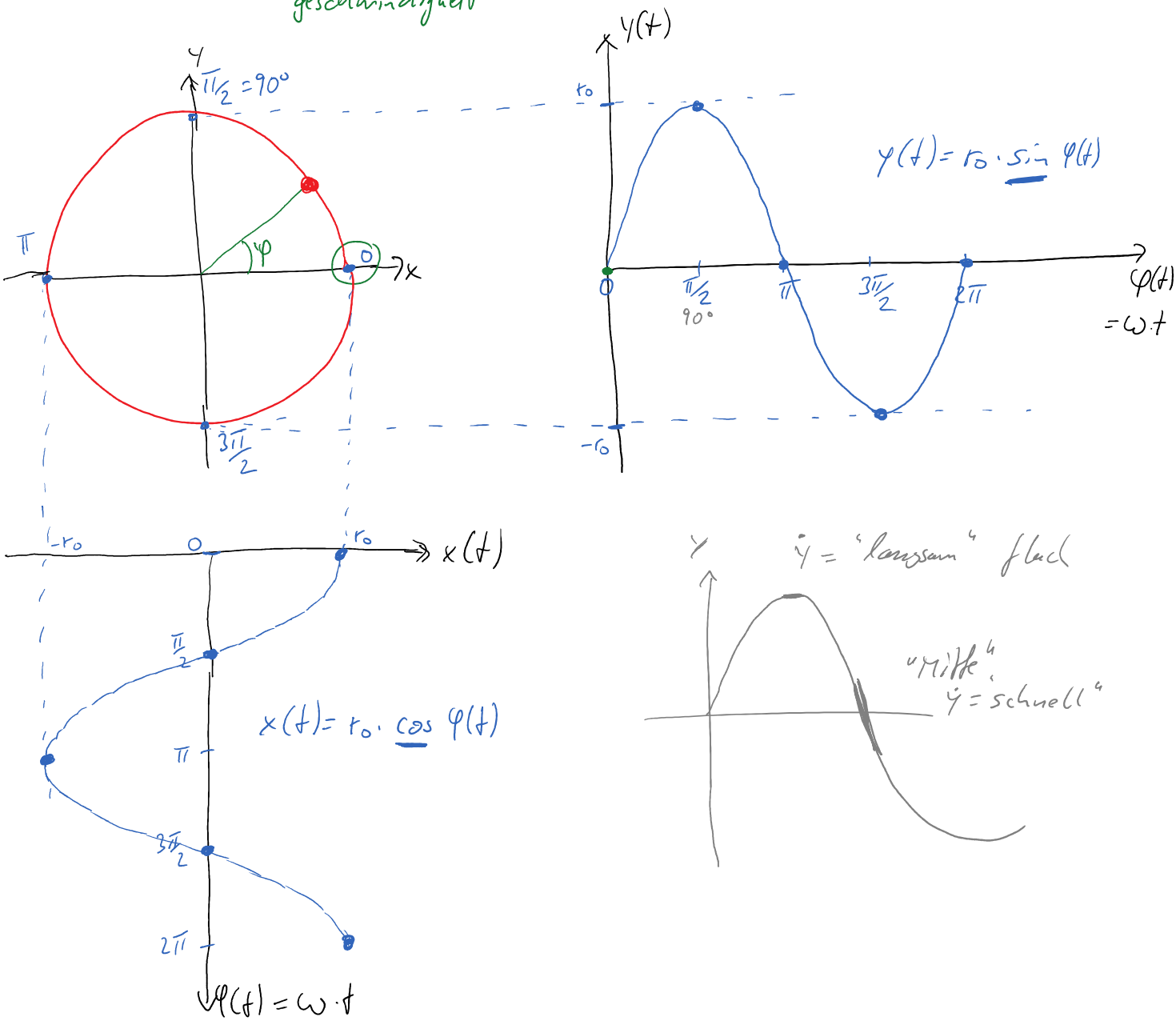
vgl. 1D Bewegung

$x = v \cdot t$

Ort Geschw. Zeit

$v = \frac{x}{t} \Rightarrow v = \dot{x} = \frac{dx}{dt}$

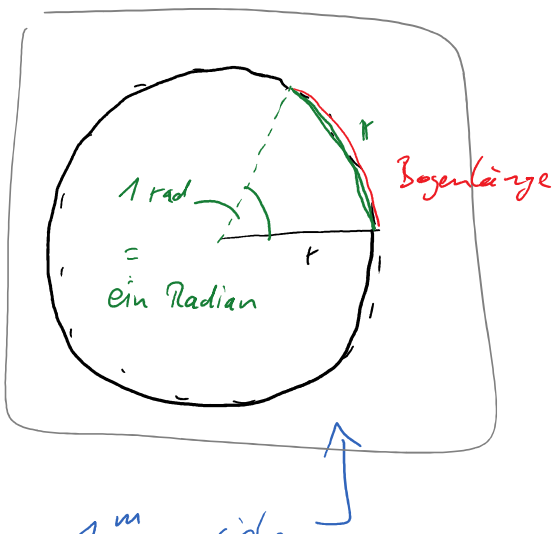
Winkel-
geschwindigkeit



Angabe von Winkeln

- in Grad $[0; 360°]$
- im Bogenmaß $[0; 2\pi]$

$\hat{=}$ Winkel, gemessen in Bogenlänge pro Radius



Einheiten: $[\varphi] = 1$

$1 \frac{m}{m}$ sic!

Einheiten: $[\varphi] = 1$ $\quad 1 \frac{m}{m}$, siehe

$[\omega] = \frac{1}{s}$ "Radian pro Sekunde"

gleichförmige Bewegung im Kreis

Konstante Winkelgeschwindigkeit

$$\varphi(t) = \omega \cdot t \quad \text{mit} \quad \omega = \text{const.}$$

Ein voller Umlauf ($\varphi = 0 \to 2\pi$) während der Umlaufzeit T

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

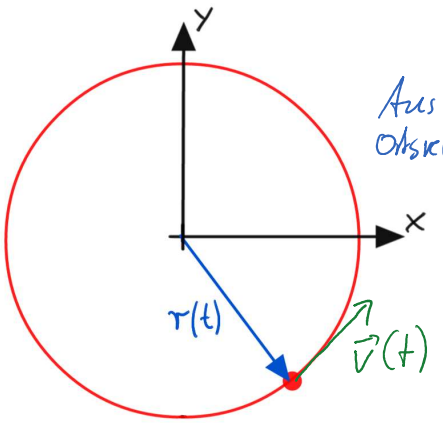
$[T] = 1\,s$

$[f] = \frac{1}{s} = 1\,Hz$

Kreisfrequenz — Umlaufzeit — Frequenz — Hertz

Radian pro Sekunde — Umläufe pro Sekunde — Heinrich Hertz 1857–1894

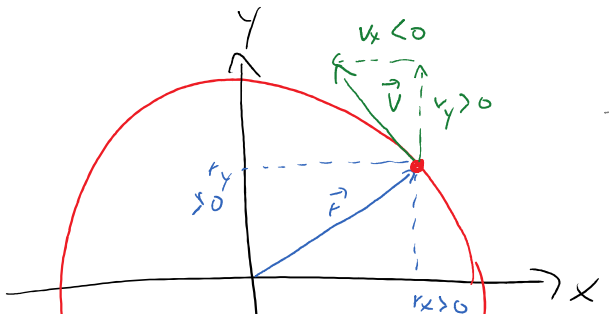
Bahngeschwindigkeit

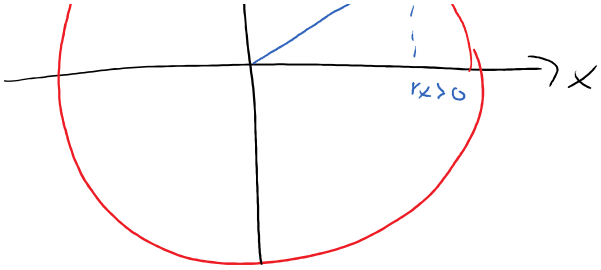


Aus der Ortsvektor $\vec{r}(t) = r_0 \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{pmatrix}$ (*) erhält man die

Bahngeschw. $v(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$ Ableitung des Ortes nach der Zeit

$$= r_0 \begin{pmatrix} -\omega \cdot \sin \omega t \\ \omega \cdot \cos \omega t \end{pmatrix} \quad (**)$$





Winkel zwischen $\vec{v}$ und $\vec{r}$

Skalarprodukt

"alpha" = Winkel zwischen $\vec{v}$ und $\vec{r}$

$$\vec{v} \cdot \vec{r} = |\vec{v}|\,|\vec{r}| \cdot \cos\alpha$$

Skalarprodukt

$$= -r_0^2 \omega \sin\omega t \cos\omega t + r_0^2 \omega \sin\omega t \cos\omega t = 0 \;!$$

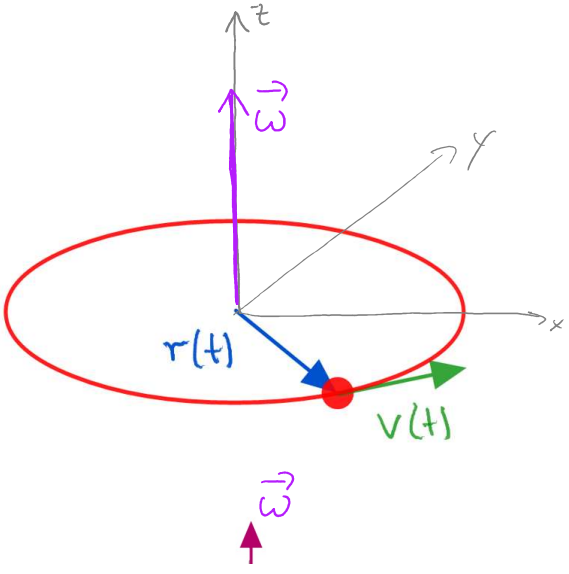
$\Rightarrow \vec{v}(t) \perp \vec{r}(t)$ $\quad \forall\, t$ ("für alle t" $\hat{=}$ immer)

$\vec{v}(t)$ senkrecht $\vec{r}(t)$

- Betrag von $\vec{v}(t)$

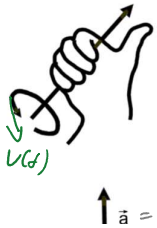
$$|\vec{v}| = \sqrt{r_0^2 \omega^2 \sin^2\omega t + r_0^2 \omega^2 \cos^2\omega t} = r_0 \cdot \omega$$

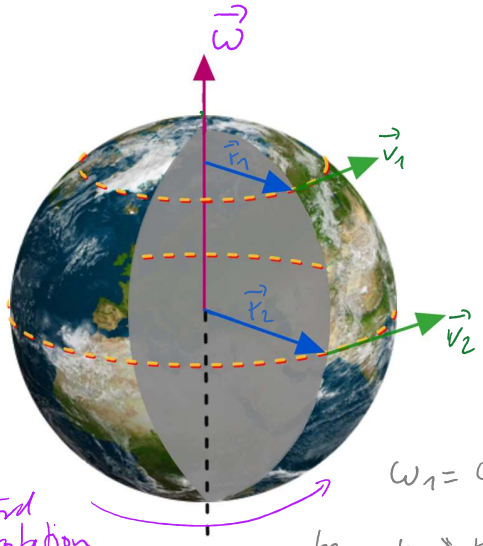
Einführung eines Vektor $\vec{\omega}$ für die Winkelgeschwindigkeit



- parallel zur Drehachse, Länge ω
- Richtung $\hat{=}$ Drehung gegen den Uhrzeigersinn (Rechte-Daumen-Regel)

$\Rightarrow \vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

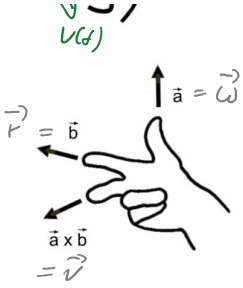




$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Kreuzprodukt

(Rechte-Hand-Regel)



$\omega_1 = \omega_2 = \omega$

aber $r_2 > r_1 \Rightarrow v_2 > v_1$

Erd-rotation

$$\omega = \frac{2\pi}{1\,\text{Tag}} = \frac{2\pi}{86400\,\text{s}}$$

Beschleunigung:

$$\vec{v} = r_0 \begin{pmatrix} -\omega \sin \omega t \\ \omega \cos \omega t \end{pmatrix} \quad (**)$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = r_0 \omega \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} -\sin \omega t \\ \cos \omega t \end{pmatrix} = r_0 \omega^2 \begin{pmatrix} -\cos \omega t \\ -\sin \omega t \end{pmatrix}$$

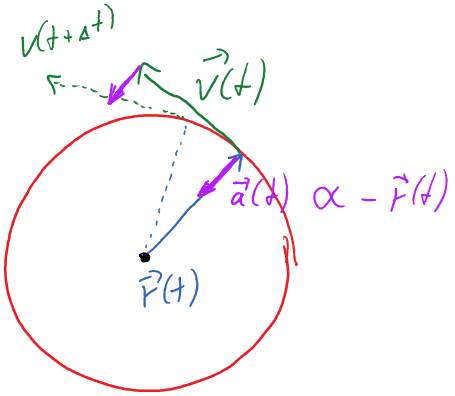
vgl.: $\vec{r} = r_0 \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{pmatrix} \quad (*)$

vgl.!

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = -\omega^2 \cdot \vec{r}}$$

Zentripetalbeschleunigung

↳ Hält das Objekt auf der Kreisbahn

Ist stets zur Drehachse gerichtet.

≙ entgegengesetzt zum Ortsvektor