5. FLÜSSIGKEITEN UND GASE

5.1. HYDROSTATIK

Beschreibung ruhender Flüssigkeiten, auf die Kräfte wirken

↳ hier: ideale Flüssigkeiten (inkompressibel, keine innere Reibung)

Druck: Kraft pro Fläche

$$\boxed{p = \frac{F}{A}} \qquad \left[\frac{N}{m^2} = Pa\right]$$

Pascal

Bsp: Luftdruck auf Erdoberfläche $\approx 10^5$ Pa

(1013 hPa = Std.-Druck)
Standard

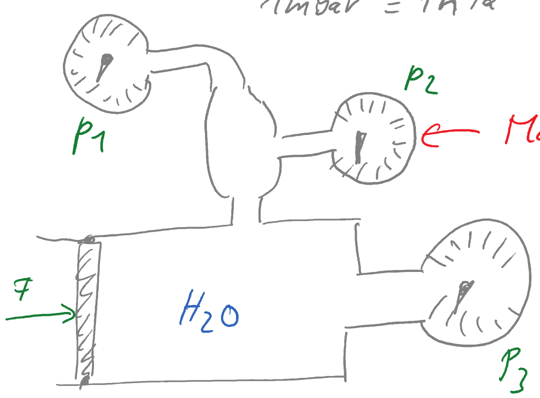
↳ praktische Einheiten ~1 atm = 1 bar

1 mbar = 1 hPa

Versuch: Druckverteilung

Beobachtung:

$p_1 = p_2 = p_3$



← Manometer = Druckmeßgerät

Gewicht vernachlässigen

↳ auf ein schwereloses Fluidum ausgeübter

Gas oder Flüssigkeit

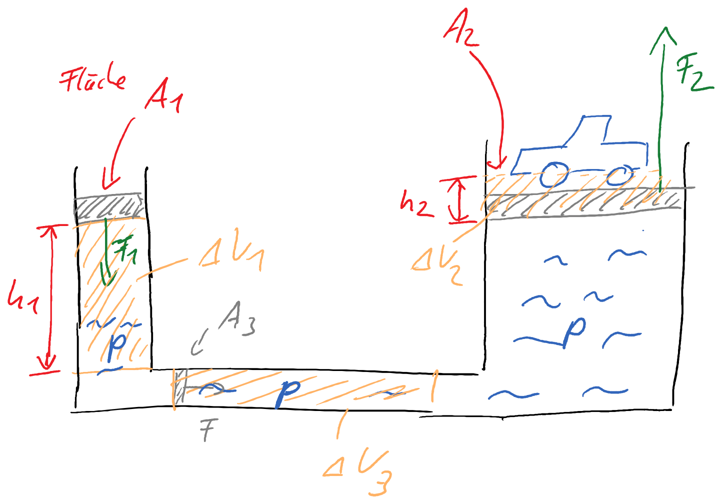
Druck ist überall gleich groß → homogen

und in alle Richtungen gleich verteilt

↳ isotrop

Versuch: Hydraulische Presse

Druck ist überall gleich groß



$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\hookrightarrow \quad F_2 = \frac{A_2}{A_1} \cdot F_1 \Rightarrow F_2 \gg F_1$$

Kraftverstärker → unabhängig vom Durchmesser / Querschnittsfläche des Verbindungsrohres!

geleistete Arbeit

$$W_1 = F_1 \cdot h_1 = p \cdot A_1 \cdot h_1 = p \cdot \Delta V_1$$

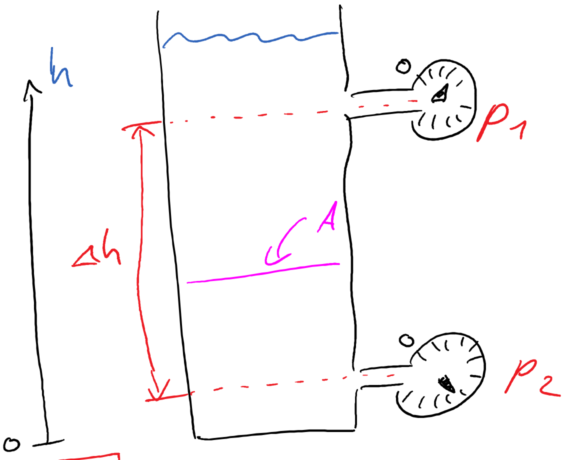
$$W_2 = F_2 \cdot h_2 = p \cdot A_2 \cdot h_2 = p \cdot \Delta V_2$$

$$\hookrightarrow \quad \Delta V_1 = \Delta V_2 \quad \leftrightarrow \text{ inkompressibel}$$

5.1.1. SCHWEREDRUCK

Eigengewicht des Fluidums erzeugt Druck

Versuch: Wassersäule



Beobachtung: $p_2 > p_1$

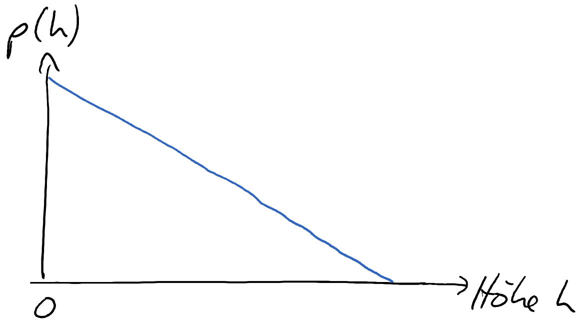
$$\Delta p = \frac{F_G}{A} = \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{Gewichtskraft des Wassers} \\ \leftarrow \text{Fläche} \end{array}$$

$$= \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot \Delta h \cdot A \cdot g}{A} = \boxed{\rho g \Delta h}$$

$p(h)$

Druckverlauf im Gefäß

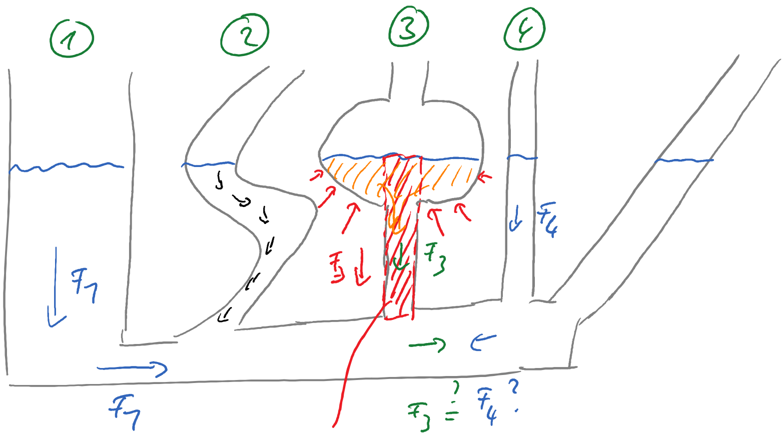
↳ fällt linear mit Höhe



Taucher : 10m Wassersäule ≙ 1 bar Druck

Tiefe	Druck
0m	1 bar Luftdruck
10m	2 bar
⋮	
50m	6 bar

Versuch: Kommunizierende Röhren



Beobachtung: Flüssigkeitsstand überall gleich hoch!

Erklärung:

- Druck ist nicht gerichtet → gleich groß in alle Richtungen

  $p = \rho \cdot g \cdot h$ hängt nur von Wassersäule oberhalb ab!

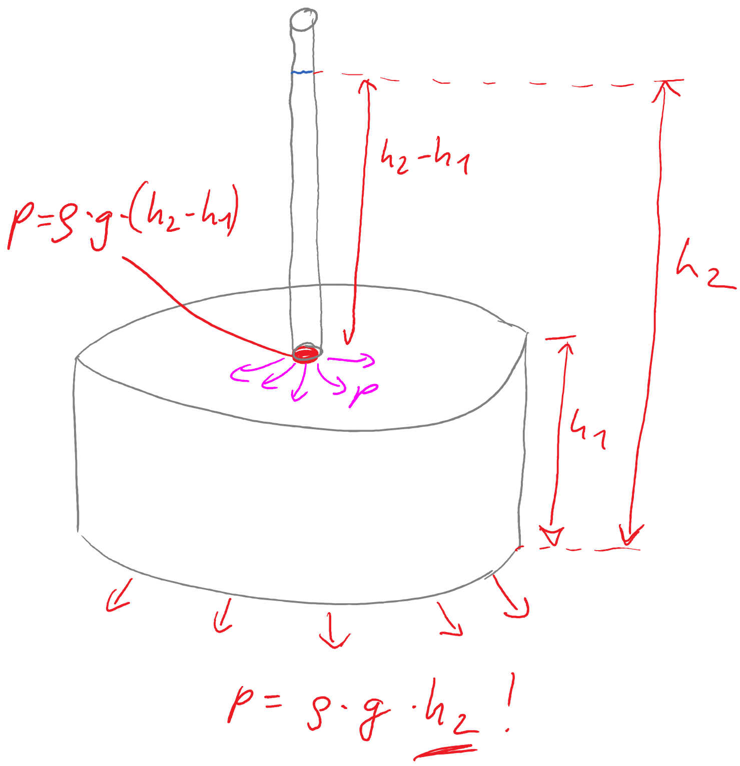
- Gefäßwände erzeugen die nötige Gegenkraft

$\hat{=}$ Gegendruck, um das Wasser zu halten.

Extremfall:

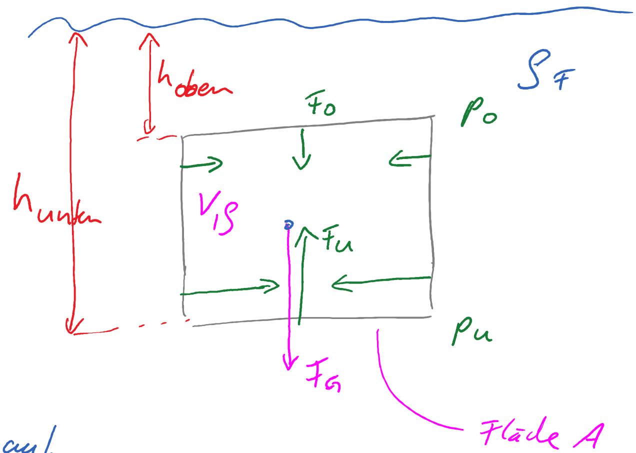
schmales Rohr auf dicken Tank

$p = \rho \cdot g \cdot \underline{h_2}$.



5.1.2. AUFTRIEB

- Flüssigkeit mit Dichte ρ_F
- Druck / Kräfte auf Seitenflächen wirken in alle Richtungen mit $p(h)$



↳ seitliche Kräfte heben sich auf

↳ vertikale Kräfte nicht! $F_o < F_u$

Kräftebilanz:
$$F_{ges} = F_u - F_o - F_G =$$
$$= p_u \cdot A - p_o \cdot A - m \cdot g =$$
$$= \rho_F \cdot g (h_u - h_o) \cdot A - \rho \cdot V \cdot g =$$

$$= \rho_F \cdot g \underbrace{(h_u - h_o) \cdot A}_{V} - \rho \cdot V \cdot g =$$

$$= g \cdot (\underbrace{V \cdot \rho_F}_{\text{Masse der verdrängten Flüssigkeit}} - \underbrace{V \cdot \rho}_{\text{Masse des Körpers}})$$

Archimedisches Prinzip

$$\boxed{\text{Auftriebskraft} = \text{Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit}}$$

Archimedisches Prinzip gilt auch in Gasen!

Bsp. Auftrieb des menschlichen Körpers in der Atmosphäre

$$F_{ges} = g \cdot V (\rho_{Luft} - \rho_{Mensch}) = (1 - 10^{-3})\, m \cdot g$$

nach oben $\quad \rho_{Luft} \sim 10^{-3}\, kg/l \quad \rho_{Mensch} \sim 1\, kg/l$

5.1.3 KOMPRESSIBILITÄT

Bislang: Annahme ρ, V sind unabhängig von Druck p

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V} = -\kappa \cdot \Delta p}$$

z.B. Wasser $\kappa_W = 5 \cdot 10^{-10} \frac{m^2}{N}$

κ: Kappa

Kompressibilität $\left[\frac{m^2}{N}\right]$

z.B. H_2O

$1p = 1 bar = 10^5 \frac{N}{m^2}$

m^2

$$\frac{\Delta V}{V} = \underset{\uparrow \, \kappa_W}{5 \cdot 10^{-10}} \frac{m^2}{N} \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} = 0.005\%$$

Wasser ist in guter Näherung inkompressibel

2.3. Luft $\kappa_L = 10^{-5} \frac{m^2}{N}$

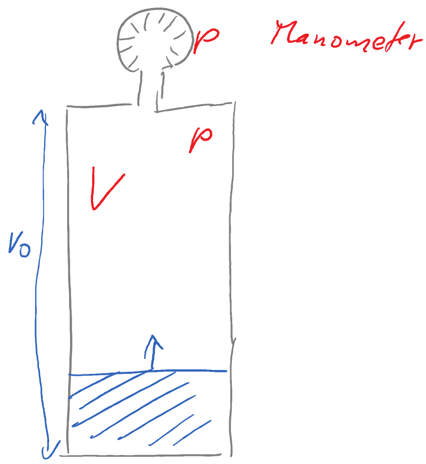
Gase lassen sich leicht komprimieren!

V: Druck vs. Volumen

Zustandsgrößen:

- p, V hier veränderlich
- T = const hier
  isotherm

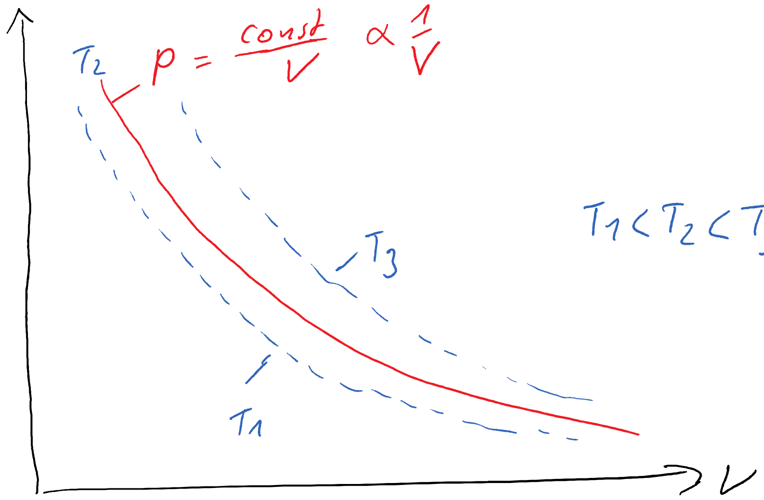
V [V_0]	Druck [bar]	$p \cdot V$
1	1,0	1,0
1/2	2,0	1,0
1/3	3,0	1,0
⋮		
1/10	10,0	1,0



↳ Druck steigt umgekehrt proportional zum Volumen

Gesetz von Boyle-Mariotte

$$\boxed{p \cdot V = const}$$ für konstante Temperatur



Kompressibilität von Gasen:

$$\kappa = -\frac{\Delta V}{V} \cdot \frac{1}{\Delta p} \xrightarrow{\Delta V \to 0} \kappa = -\frac{dV}{dp} \cdot \frac{1}{V}$$

BM: $V = \frac{const}{p}$

$$\frac{dV}{dp} = \frac{d}{dp}\left(\frac{const}{p}\right) = -\frac{const}{p^2}$$

$$\kappa = +\frac{1}{V} \frac{const}{p^2} = \frac{const}{p \cdot const} = \frac{1}{p}$$

$$\boxed{\kappa = \frac{1}{p}}$$ für alle Gase identisch!