

5.1.4. BAROMETRISCHE HÖHENFORMEL

Luftdruck in der Atmosphäre $\leadsto$ analog Wassersäule

$\hat{=}$ mit Luft gefülltes "Gefäß"

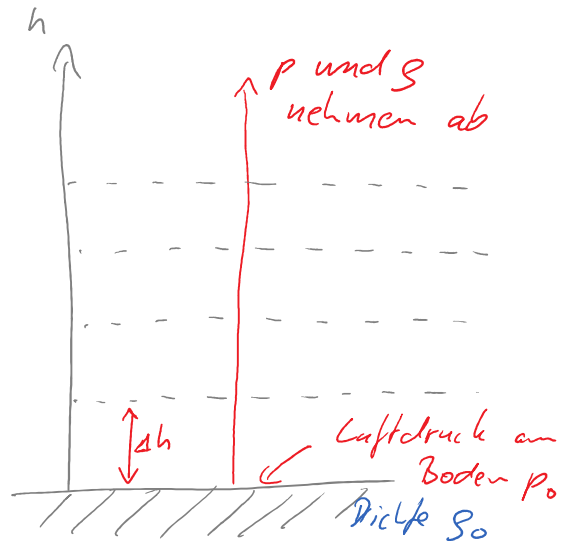
ABER: Luft ist kompressibel!

NÄHERUNG: konstante Temperatur

$$p \cdot V = \text{const} \quad (\text{Boyle-Mariotte})$$

$$\text{mit } \rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$\hookrightarrow p \cdot \frac{m}{\rho} = \text{const} \leadsto \rho \propto p \hat{=} \frac{\rho(p)}{p} = \frac{\rho_0}{p_0} \leftarrow$$



Betrachte dünne Luftschicht für die gilt: $\rho(p) = \text{const}$

$$\Delta p = -\rho(p) \cdot g \cdot \Delta h \quad (\text{siehe 5.1.1.}) \quad \left| \cdot \frac{1}{p} \right.$$

$$\hookrightarrow \frac{\Delta p}{p} = -\frac{\rho(p)}{p} \cdot g \cdot \Delta h = -\frac{\rho_0}{p_0} \cdot g \cdot \Delta h$$

Für infinitesimal dünne Luftschichten

$\Delta p \rightarrow dp, \Delta h \rightarrow dh$

$$\int_{p_0=p(0)}^{p(h)} \frac{1}{p} \cdot dp = - \int_0^h \frac{\rho_0}{p_0} \cdot g \cdot dh$$

$\uparrow \ln(p)$ $\underbrace{\quad}_{\text{const}}$

$$\ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b}$$

$$\ln(p(h)) - \ln(p_0) = \ln \frac{p(h)}{p_0} = -\frac{\rho_0}{p_0} \cdot g \cdot h \quad \left| \cdot e^x \right.$$

$$\frac{p(h)}{p_0} = e^{-\frac{\rho_0}{p_0} \cdot g \cdot h}$$

Barometrische Höhenformel:

$$\boxed{h}$$

//

Barometrische Höhenformel:

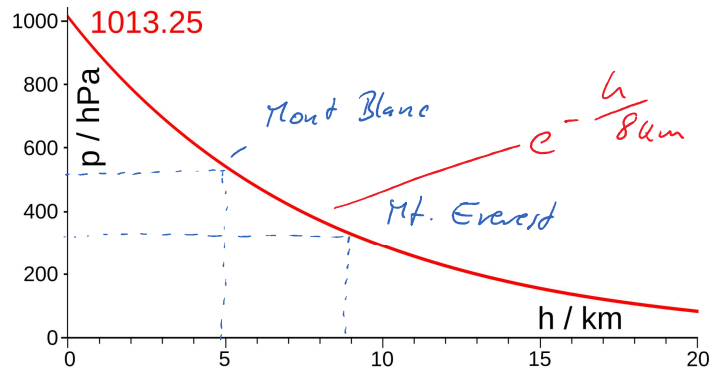
$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{H_0}}$$

$$Pa = \frac{N}{m^2}$$

mit $H_0 = \frac{p_0}{\rho_0 \cdot g} \approx \frac{10^5 Pa}{1.3 \frac{kg}{m^3} \cdot 10 \frac{N}{kg}} \approx \underline{\underline{8km}}$

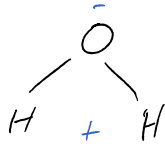
↳ Der Luftdruck nimmt
exponentiell mit der
Höhe ab

(NÄHERUNG für $T = const$)
(Realität: $T = T(h)$)



5.2. OBERFLÄCHEN SPANNUNG UND KAPILARITÄT

neutrale Moleküle können
eine ungleiche Ladungsverteilung
haben



↳ Van-der-Waals - Kräfte



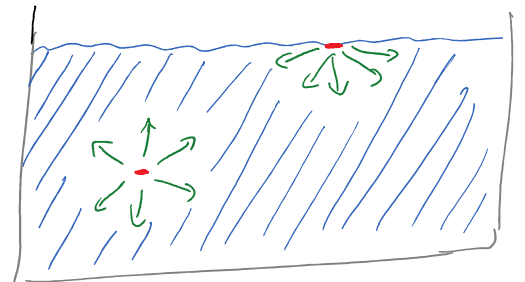
5.2.1. KOHÄSION

Kräfte zw. Molekülen innerhalb einer
Flüssigkeit

↳ Oberfläche?

↳ keine Anziehung nach außen

↳ resultierende Kraft nach innen



⇒ Moleküle bevorzugen Anordnung mit
kleinster möglicher Oberfläche

Um die Oberfläche zu vergrößern muß **Arbeit** geleistet werden.

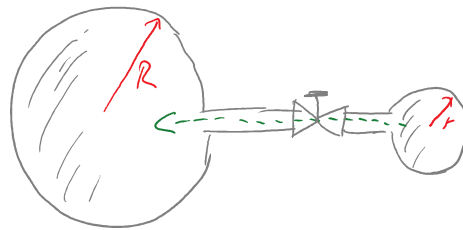
$$\Delta W = \sigma \cdot \Delta A$$

ΔW : benötigte Arbeit
 σ : Oberflächenspannung
 ΔA : Flächenvergrößerung

z.B. H_2O : $\sigma = 72 \text{ mJ/m}^2$

$\left[\frac{\text{J}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$

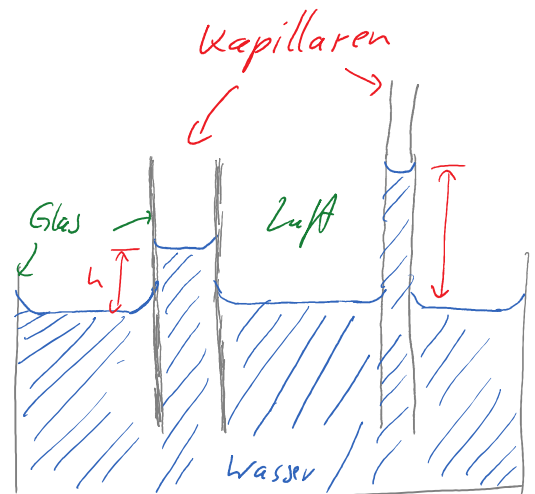
Versuch: große frisst kleine Blase



5.2.2. ADHÄSION

Es gibt auch eine anziehende Kraft zwischen **verschiedenen** Molekülen an **Grenzflächen**, aber immer auch Kohäsion

Kohäsion < Adhäsion ⇒ **maximale Benetzung**



Versuch: Kapillareffekt

↳ Steighöhe $h = \frac{2\sigma_{\text{eff}}}{\rho \cdot g \cdot R} \propto \frac{1}{R}$

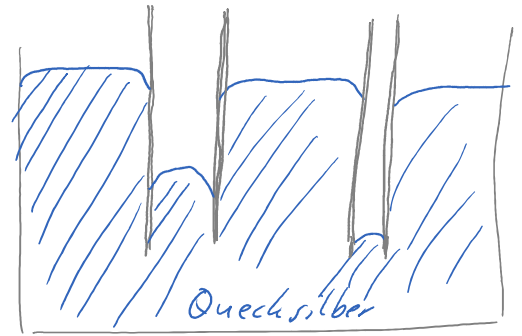
Wasser steigt in dünnen Röhrchen höher hinauf

Kohäsion > Adhäsion $\Rightarrow$ minimale Benetzung

2.3. Quecksilber

Bsp. Lotuseffekt

min. Adhäsion $\rightarrow$ Wasser perlt ab



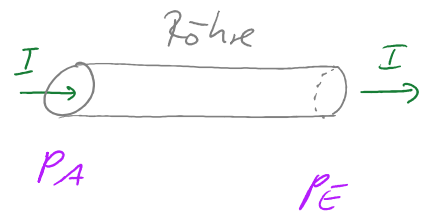
5.3. HYDRODYNAMIK

5.3.1. IDEALE FLÜSSIGKEITEN

- $\hookrightarrow$ nicht kompressibel
- keine innere Reibung

Stromstärke (Volumenstrom)

$$I = \frac{\text{transportiertes Volumen}}{\text{benötigte Zeit}} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$



Druckdifferenz

$$\Delta p = p_A - p_E \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

$\hookrightarrow$ Strömungswiderstand

$$R = \frac{\text{Druckdifferenz}}{\text{Stromstärke}} = \frac{\Delta p}{I} \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^5} \right]$$

vgl.: elektr. Strom

$$R = \frac{U}{I}$$

Leitwert $S = \frac{1}{R}$

$\rightarrow$ laminare Strömung (ohne Verwirbelungen)

$R = \text{const}$ und unabhängig von I

$\rightarrow$ turbulente Strömung

$$R = R(I)$$

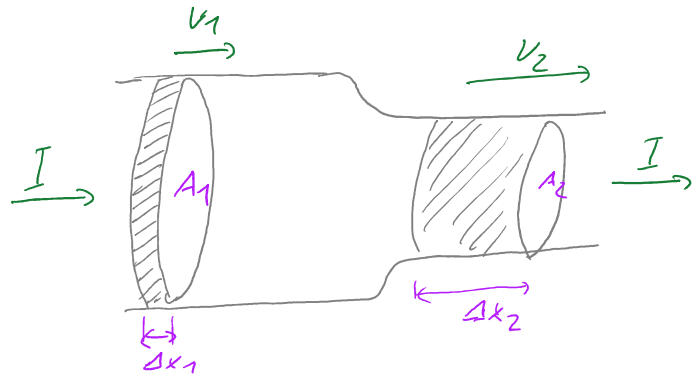
Verengung des Rohres

Volumenelement

$$\Delta V = A \cdot \Delta x$$

Geschwindigkeit

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t$$



Durch A_1 und A_2 strömen die gleichen Massen pro Zeiteinheit Δt

$$\Delta m_1 = \rho_1 \cdot V_1 = \rho_1 \cdot A_1 \cdot \Delta x_1 = \rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t$$

$$\Delta m_2 = \dots = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$$

Stromerhaltung

$$I = \text{const} \rightarrow \frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t}$$

$\Rightarrow$ Kontinuitätsgleichung

$$\rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$$

für ideale Flüssigkeit: $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

$$\hookrightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

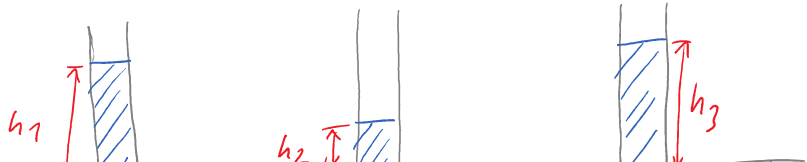
$$\text{wenn } A_1 > A_2 \rightarrow v_2 > v_1$$

engeres Rohr $\rightarrow$ Fluid wird beschleunigt

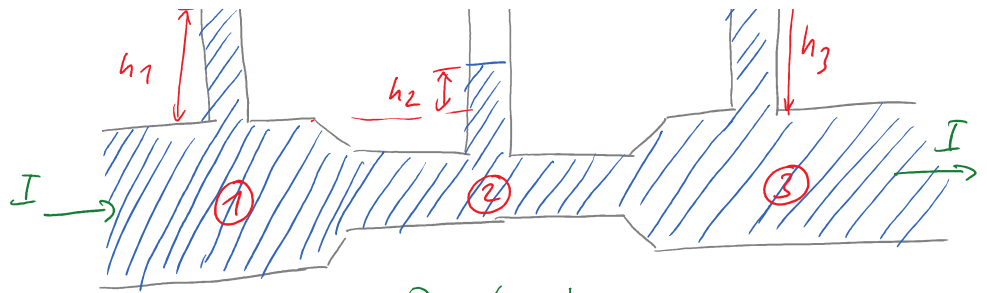
$\Rightarrow E_{\text{kin}}$ ändert sich! $\rightarrow E$ -Erhaltung?!

Versuch: Bernoulli:

$$h_1 \approx h_3 > h_2$$



$$h_1 \approx h_3 > h_2$$



Höhe der Wassersäule

↳ abhängig vom Druck im Rohrabschnitt

Druck ist kleiner bei größerer Fließgeschwindigkeit!

Energieerhaltung:

- **Verschiebearbeit** (um Wasser in das enge Rohr zu bekommen)
 $p = \frac{F}{A} \rightarrow F = p \cdot A$

$$\Delta W_{\text{Schub}} = W_2 - W_1 = F_2 \cdot \Delta x_2 - F_1 \cdot \Delta x_1 = p_2 A_2 \cdot \Delta x_2 - p_1 A_1 \Delta x_1$$

$$= p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1 = (p_2 - p_1) \cdot V$$

- **kinetische Energie** $\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V$

$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \rho V (v_2^2 - v_1^2)$$

- **potentielle Energie** (falls Rohr geneigt)

$$\Delta E_{\text{pot}} = m_2 \cdot g \cdot h_2 - m_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho V g (h_2 - h_1)$$

ideales Fluid → keine Reibung

$$\Delta W_{\text{Schub}} + \Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}} \stackrel{!}{=} 0 \quad E\text{-Erhaltung}$$

Satz von Bernoulli:

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{const}$$

↑
statischer
Druck

↑
Staudruck

↑
Schwerkraft

⇒ Der statische Druck im Fluid nimmt ab, sobald es
schneller oder aufwärts fließt.

Versuch: Bernoulli-Effekt (morgen)