

3-dimensional: Volumenausdehnung

relative Änderung

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \gamma (T - T_0)$$

Zusammenhang: $\gamma \approx 3\alpha$

γ Volumen ausdehnungskoeffizient

z.B. $\gamma_{H_2O}^{20^\circ C} = 2.1 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K}$

$\Delta T = 10^\circ C \rightarrow \Delta V = 2.1 \cdot 10^{-3} \cdot V$

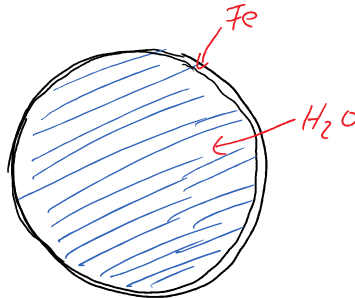
für ΔT klein ist es fast egal $\frac{\Delta V}{V_0 + \Delta V} \approx \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{2.1 \cdot 10^{-3}}{1 + 2.1 \cdot 10^{-3}}$
weil $\Delta V \ll V_0$

Dichtänderung

$$\rho(T) = \frac{m}{V(T)} = \rho(T_0) \cdot \frac{1}{1 + \gamma (T - T_0)}$$

Versuch: Sprengkugel

↳ Kugel abkühlen
→ wird gesprengt



? Wasser schrumpft schneller??

$\gamma_{H_2O}^{20^\circ C} = 2.1 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K}$

$\gamma_{Fe} = 3.6 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$

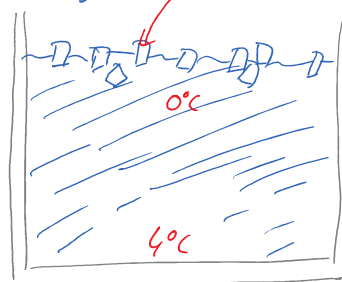


Dichteanomalie des Wasser

Erwartung: Volumen nimmt bei niedrigerer Temperatur ab

→ Dichte nimmt zu
→ weniger Auftrieb

Beobachtung: Eis schwimmt



Beobachtung:

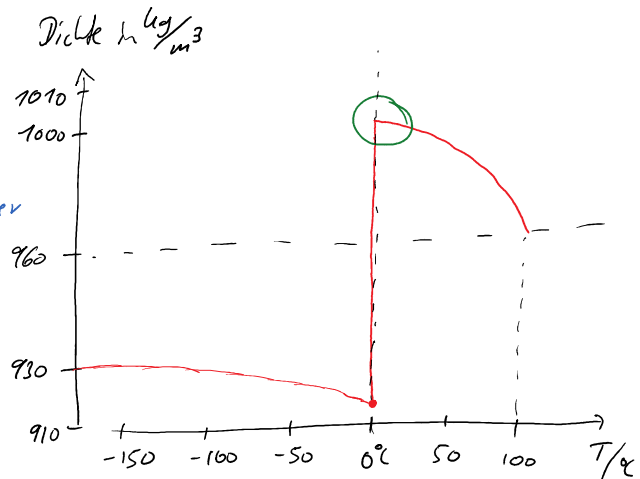
Dichte in $\frac{kg}{m^3}$

Beobachtung:

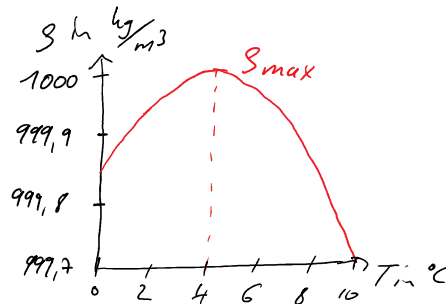
- Eis schwimmt oben

$$\rho_{\text{Eis}} \approx 0.92 \text{ g/cm}^3 < \rho_{\text{Wasser}}$$

- unterste Schicht $\hat{=}$ höchste Dichte bei $T = 4^\circ\text{C}$
- oberste Schicht $\hat{=}$ geringste Dichte bei $T = 0^\circ\text{C}$



→ Gewässer frieren von oben zu
Fische überleben in der Tiefe.



6.3. IDEALE GASE

- Definition:
- Moleküle $\propto$ punktförmig
 $\hat{=}$ Eigenvolumen der Atome/Moleküle $\ll$ Gasvolumen
 - nur elastische Stöße zwischen Atomen/Molekülen

Ideale Gase lassen sich mit drei Größen beschreiben:

- Temperatur T
 - Volumen V
 - Druck p
- } Zustandsgrößen

Gesetz von Gay-Lussac

$$\frac{V}{T} = \text{const}$$

für festes p
isobar

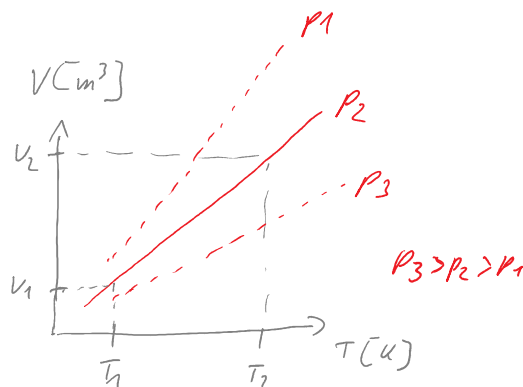
$$V \propto T$$

Für viele Gase

$$\frac{1}{T_0} = 273 \text{ K}$$

$$\text{bzw. } T_0 = \frac{1}{273 \text{ K}}$$

bei $p = 1 \text{ atm.}$



$$p, V, T: \quad p = \text{const}$$

$$T, V = \text{veränderlich}$$

$$V(T) = V(T_0) \cdot (1 + \alpha_0 (T - T_0))$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{V(T) - V(T_0)}{T - T_0} = \underbrace{\alpha_0 \cdot V(T_0)}_{\text{const.}}$$

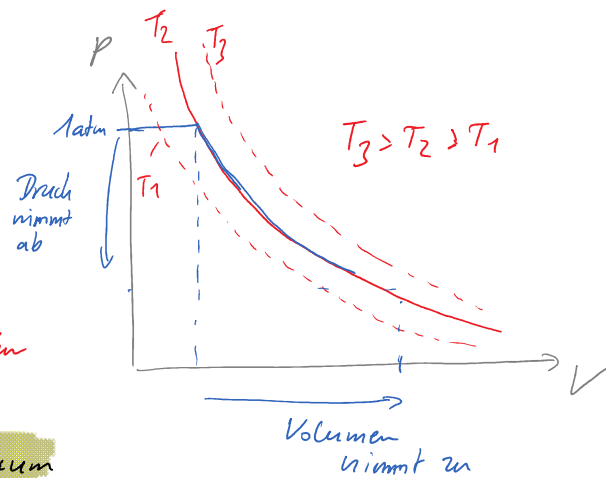
Gesetz von Boyle - Mariotte

- $T = \text{const}$ isotherm

- p, V veränderlich

$$p \cdot V = \text{const}$$

für konstante Temperatur



Versuch: Schokoluss im Vakuum

$$p \cdot V = \text{const} \quad \& \quad p: 1 \text{ bar} \rightarrow 0$$

$$V: 1 \rightarrow \text{sehr groß}$$

Volumen der Gasbläschen in der Füllung steigt bei abnehmen dem Druck

Gesetz von Amontons

$$\frac{p}{T} = \text{const.}$$

für konstantes Volumen
isochor

6.3.1 ALLGEMEINE GASGLEICHUNG

- Gay-Lussac $\frac{V}{T} = \text{const}$ für $p = \text{const.}$ (isobar)

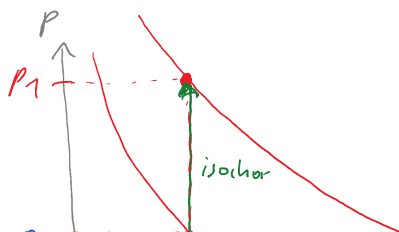
- Boyle-Mariotte $p \cdot V = \text{const}$ für $T = \text{const.}$ (isotherm)

- Amontons $\frac{p}{T} = \text{const}$ für $V = \text{const}$ (isochor)

jede Zustandsänderung

$$(p_0, V_0, T_0) \rightarrow (p_1, V_1, T_1)$$

auch durch Einzelschritte



auch durch Einzelschritte

- isotherm
 $T = T_0$
(Boyle-Mariotte)

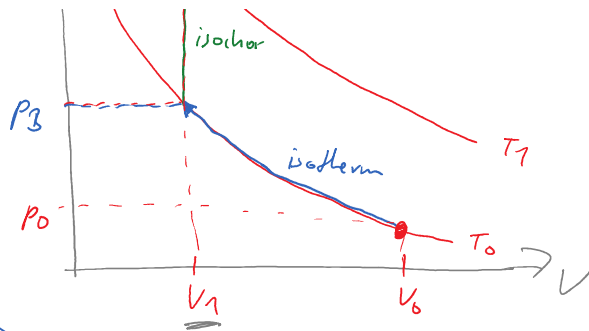
$$p_0 \cdot V_0 = p_B \cdot V_1$$

- isochor
 $V = V_1$
(Amontons)

$$\frac{p_B}{T_0} = \frac{p_1}{T_1}$$

$$p_B = \frac{T_0}{T_1} \cdot p_1$$

erhöhen



$$\hookrightarrow \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}$$

$$\hookrightarrow \boxed{\frac{p \cdot V}{T} = \text{const}}$$

Was ist diese Konstante?

Für 1 Mol ($\hat{=} N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ Atome bzw. Moleküle)
 bei $p_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Pa (= 1 atm "Normaldruck")
 und $T_0 = 273,15$ K (= 0°C)
 ist $V_0 = 0,0224$ m³ (22,4 l)

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{n \cdot p_0 \cdot V_0}{T_0} = n \cdot R$$

allgemeine Gaskonstante

$$R = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Allgemeine Gasgleichung für ideale Gase

$$\boxed{p \cdot V = n \cdot R \cdot T}$$

Stoffmenge in Mol

bezogen auf einzelne Atome/Moleküle

$$\boxed{p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T}$$

Anzahl der

$n \cdot N_A$

$n \cdot N_A$

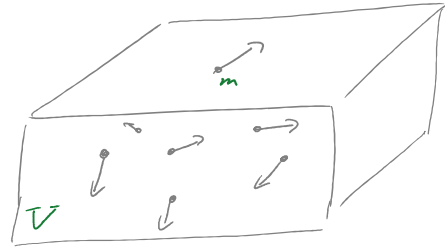
Atome / Moleküle Boltzmann-Konstante

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

6.3.2 KINETISCHE GASTHEORIE

Mikroskopisch

Gasdruck entsteht durch Impulsübertrag auf die Wand



Geschwindigkeit $v \approx 100 \text{ m/s}$ bei Raumtemperatur

— N Moleküle mit Masse m im Volumen V

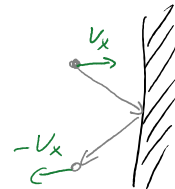
— jeweils $\frac{1}{6}$ der Moleküle fließt in Richtung jeder Wand
↖ 6 Wände des Würfels

Impulsübertrag auf die Wand

$$\rightarrow m \cdot v_x = \Delta p + m \cdot (-v_x)$$

p_{Wand}

$$\Delta p = 2m \cdot v_x$$



$$m \cdot v_x \rightarrow p_w = 0$$

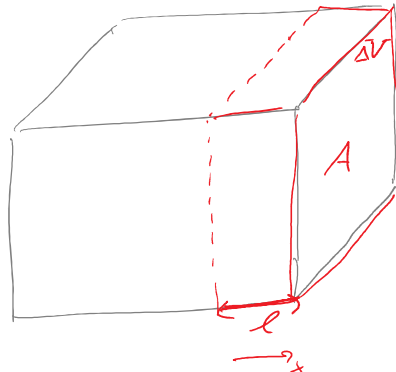
$$-m \cdot v_x \rightarrow p_w = \Delta p$$

In x -Richtung zurückgelegte Strecke

$$l = v_x \cdot \Delta t$$

Volumen aus dem die Teilchen die Wand treffen (in Zeit Δt)

$$\Delta V = A \cdot l = A \cdot v_x \cdot \Delta t$$



Anz. der Teilchen, die die Wand treffen werden

$$\Delta N = \frac{1}{6} \cdot N \cdot \frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{6} N \cdot \frac{A \cdot v \cdot \Delta t}{V}$$

(Annahme:
alle Teilchen haben
dieselbe Geschwindigkeit)

Durch Stöße verursachte Kraft

• ein Stoß $F_{\text{stop}} = \frac{dp}{dt} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2mv}{\Delta t}$

• Gesamtkraft $F = \Delta N \cdot F_{\text{stop}} = \frac{N}{6} \cdot \frac{A \cdot v \cdot \Delta t}{V} \cdot \frac{2mv}{\Delta t} = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \cdot A \cdot mv^2$

Druck wegen Kraft

$$p = \frac{F}{A} = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m v^2$$

Zustandsgleichung f. ideale Gase

$$p \cdot \bar{V} = \cancel{N} \cdot \frac{1}{3} \cdot m v^2 = \cancel{N} \cdot k_B \cdot T$$

$$\underline{k_B \cdot T} = \frac{1}{3} m \underline{v^2}$$

↳ Temperatur und Molekülgeschwindigkeit sind verknüpft!