

6.6. ERSTER HAUPTSATZ DER WÄRMELEHRE

Energieerhaltung: In einem abgeschlossenen System bleibt die Gesamtenergie erhalten.

$\Delta Q = \Delta U - W$

innere Energie (therm. Bewegungsenergie + chemische Energie + Wechselwirkungen von Molekülen)

zugeführte /
entnommene
Wärme

vom ($W < 0$) oder am ($W > 0$)
System geleistete Arbeit

(z.B. $\Delta Q > 0$ und $\Delta U = 0$
 $\Rightarrow W < 0$)

Beispiel: Volumenarbeit für Gase

Volumen vergrößerung:

$$V \mapsto V + \Delta V = V + A \cdot \Delta x$$

- geleistete Arbeit

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} =$$

$$= -p \cdot A \cdot \Delta x = -p \cdot \Delta V$$

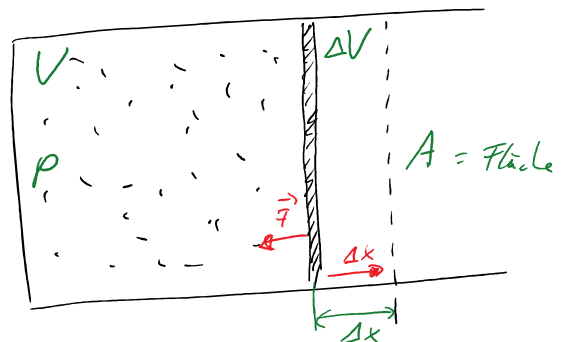
- innere Energie $\Delta U = N \cdot \Delta E_{kin}$

$$= n \cdot N_A \cdot \frac{3}{2} k_B \cdot \Delta T = \frac{3}{2} n \cdot R \cdot \Delta T$$

- Wärme $\Delta Q = n \cdot C_{VM} \cdot \Delta T$ für $V = \text{const}$

$$\rightarrow \Delta Q = n \cdot c_{pM} \cdot \Delta T \quad \text{für } p = \text{const}$$

Kompressionsprozesse



Kompressionsprozesse

- isobar $p = \text{const}$

$$\Delta Q = \Delta U - W$$

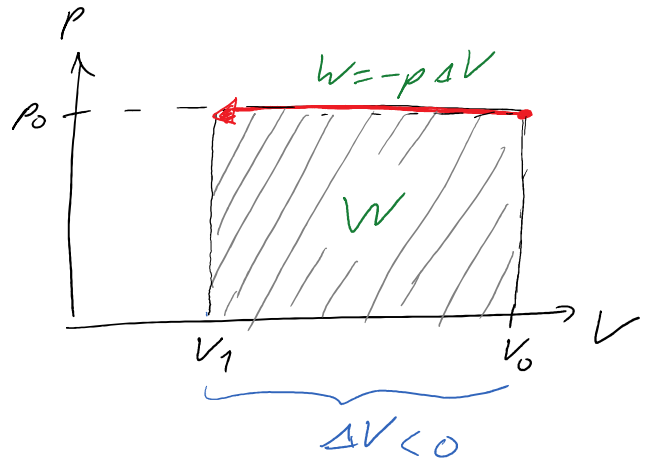
$$\Delta Q = n \cdot c_{pM} \cdot \Delta T$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

$$W = -p \Delta V$$

$$= -p \cdot \frac{n R}{p} \Delta T = -n \cdot R \cdot \Delta T$$

$$\text{aus: } p \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot \Delta T \quad (\text{ideale Gasgleichung})$$



$$\hookrightarrow \Delta Q = \Delta U - W$$

$$n \cdot c_{pM} \cdot \Delta T = \frac{3}{2} n R \Delta T + n R \Delta T$$

$$\hookrightarrow c_{pM} = \frac{3}{2} R + R = \frac{5}{2} R$$

$\Rightarrow \frac{3}{5}$ der Arbeit wird als innere Energie gespeichert

$\frac{2}{5}$ -"- muß als Wärme abgeführt werden,
damit $p = \text{const}$

- isochor : $V = \text{const}$

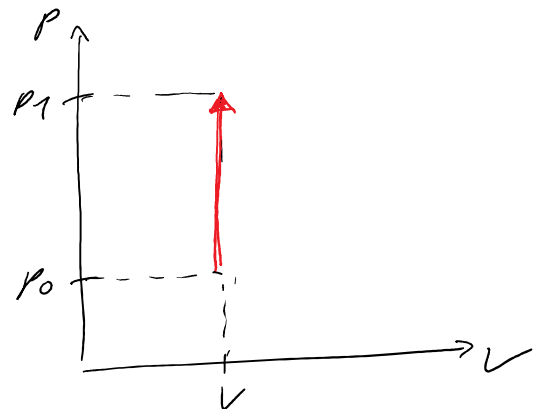
$$W = -p \cdot \Delta V = 0 \quad \text{weil } \Delta V = 0$$

$$\Rightarrow \Delta Q = \Delta U$$

$$\Delta Q = n \cdot c_{vM} \cdot \Delta T$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

$$\hookrightarrow c_{vM} = \frac{3}{2} R \quad (\text{allgemein: } c_{pM} = c_{vM} + R)$$



- isotherm: $T = \text{const} \Rightarrow \Delta T = 0$

$$\Delta U = 0 \quad \left(= \frac{3}{2} n R \Delta T \right)_{\Delta T = 0}$$

$$\Delta Q = -W \quad \left(\text{Volumenarbeit wird als Wärme abgegeben} \right)$$

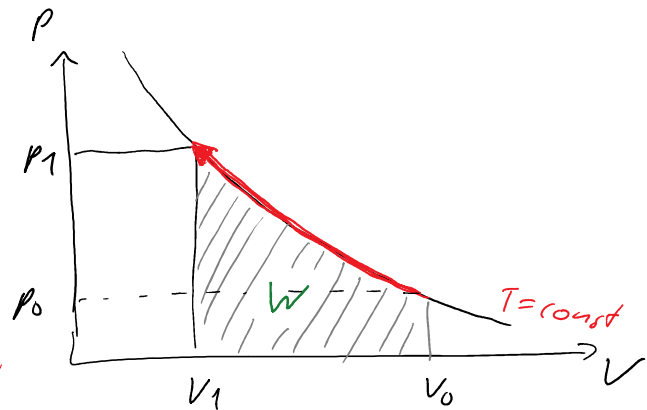
$$W = - \int_{V_0}^{V_1} p(V) dV \quad \left(\begin{array}{l} \text{vorher: } -p \Delta V \\ \text{für } p = \text{const} \\ \text{jetzt } p = p(V) \end{array} \right)$$

$dV < 0$, Volumen schrumpft!

$pV = nRT$

$$= + \int_{V_1}^{V_0} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_1}^{V_0} \frac{dV}{V} =$$

$$= nRT (\ln V_0 - \ln V_1) = nRT \ln \frac{V_0}{V_1}$$



- adiabatisch: $\Delta Q = 0$

↳ kein Wärmeaustausch mit der Umgebung

$$\Delta Q = 0$$

⇒

$$\Delta U = W$$

kin. Gastheorie

$$= \sum_N \Delta E_{\text{kin}} = N \cdot \frac{3}{2} k_B \cdot \Delta T = -p \Delta V$$

ideale Gasgl.

$$= - \frac{nRT}{V} \Delta V$$

$nR = N \cdot k_B$

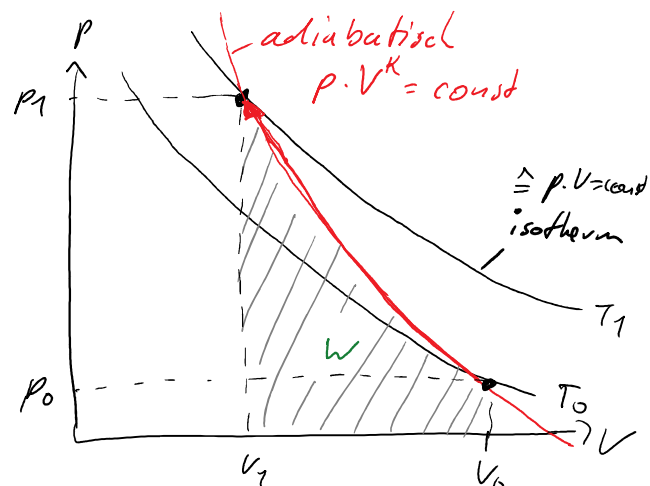
$$= \frac{3}{2} n R \Delta T = - \frac{nRT}{V} \Delta V$$

→ 6.3.1

$$= \int_{T_0}^{T_1} \frac{3}{2} \frac{dT}{T} = - \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^{3/2} = \frac{V_0}{V_1}$$

ideale Gasgleichung



(T_0) V_1
 bzw. $\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\frac{2}{3}}$ ideale Gasgleichung
 $\Rightarrow p \cdot V^{\frac{5}{3}} = \text{const}$

allgemein gilt $\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\kappa - 1}$ κ ?

mit Adiabatenkoeffizient $\kappa = \frac{C_{pM}}{C_{vM}}$

$\hookrightarrow \kappa = \frac{5}{3}$ für ideale einatomige Gase

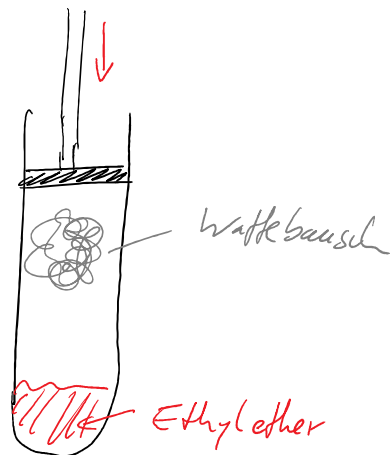
Versuch: adiabatisches Feuerzeug

Volumenverkleinerung

$\hookrightarrow$ Temperaturerhöhung

$\hookrightarrow$ Ethylether zündet ($\sim 160^\circ\text{C}$)

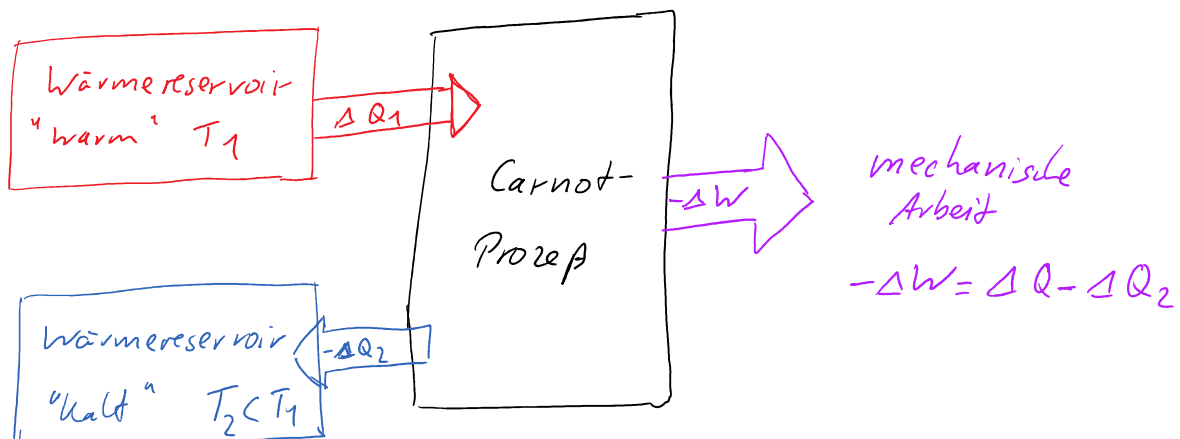
Siehe auch: Dieselmotor

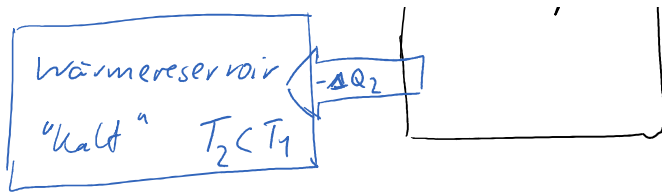


6.7. KREISPROZESSE

Wärmekraftmaschine

$\hookrightarrow$ Umwandlung von Wärme Q in Arbeit W





$$-\Delta W = \Delta Q - \Delta Q_2$$

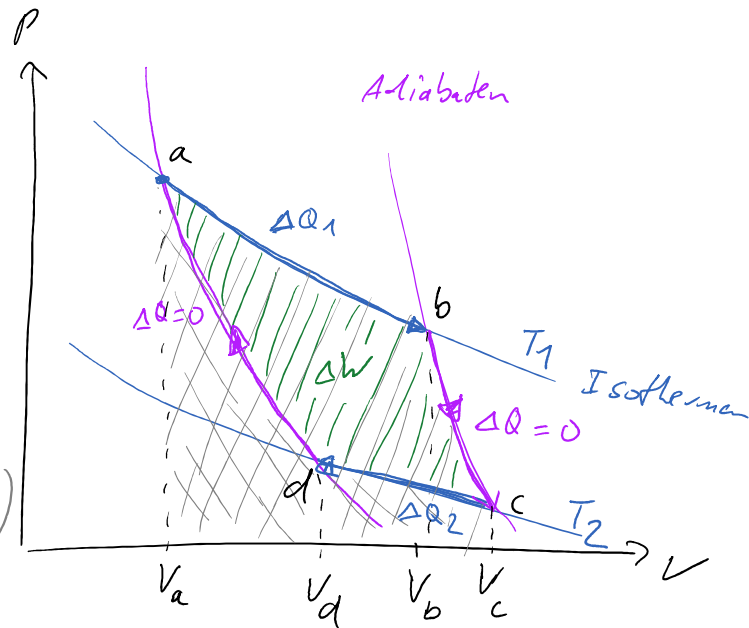
6.7.1. Carnot - Prozeß

idealisierte Wärmekraftmaschine als Kreisprozeß

- ↳ keine Reibungs- oder Wärmeverluste
- reversibler Vorgang

$a \rightarrow b$: isotherme Expansion
 $\Delta W_{ab} = \Delta U - \Delta Q_1$

$$= n R T_1 \ln \frac{V_a}{V_b} < 0 \quad (V_a < V_b)$$



$b \rightarrow c$: adiabatisch

$$\Delta W_{bc} = \Delta U - \Delta Q = \frac{3}{2} n R (T_2 - T_1) < 0 \quad (T_2 < T_1)$$

$c \rightarrow d$: isotherm

$$\Delta W_{cd} = -\Delta Q_2 = n R T_2 \ln \left(\frac{V_c}{V_d} \right) > 0$$

$d \rightarrow a$: adiabatisch

$$\Delta W_{da} = \frac{3}{2} n R (T_1 - T_2) > 0$$

$$\begin{aligned} \underline{\Delta W} &= \underline{\Delta W_{ab}} + \underline{\Delta W_{bc}} + \underline{\Delta W_{cd}} + \underline{\Delta W_{da}} \\ &= n R T_1 \ln \frac{V_a}{V_b} + n R T_2 \ln \frac{V_c}{V_d} \end{aligned}$$

+ Adiabaten gleichung

$$+ \frac{1}{\gamma - 1} \quad + \frac{1}{\gamma - 1}$$

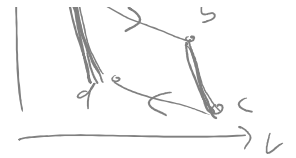
Arbeit entspricht der vom Prozeß eingeschlossenen Fläche.



+ Adia beiden gleichung

$$\begin{aligned} T_1 \cdot V_b^{K-1} &= T_2 V_c^{K-1} \\ T_1 V_a^{K-1} &= T_2 V_d^{K-1} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} \frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_b}{V_a} \right)^{K-1} = \left(\frac{V_c}{V_d} \right)^{K-1}$$



$$\Rightarrow \Delta W = n R T_1 \ln \frac{V_a}{V_b} + n R T_2 \ln \frac{V_b}{V_a}$$

$\ln \frac{V_b}{V_a} = - \ln \frac{V_a}{V_b}$

$$\Rightarrow \Delta W = n R (T_1 - T_2) \ln \left(\frac{V_a}{V_b} \right) < 0 \quad \text{System leistet Arbeit!}$$