

# 1.3. ERZWUNGENE SCHWINGUNG

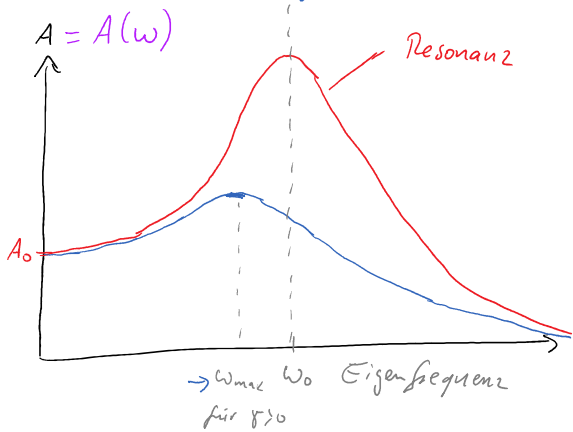
→ Film

äußere Kraft :  $F_{ext} = F_0 \cos \omega t$

$\omega$ : Erregefrequenz

↳ System schwingt mit  $\omega$ !

$\omega_0$ : Eigenfrequenz



- $A(\omega)$  hängt von der Erregerfrequenz  $\omega$  ab
- Höhe des Resonanzmaximums  $\omega \sim \omega_0$  hängt von der Dämpfung ab

Erregerfrequenz

## Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} + k\dot{x} + Dx = F_0 \cos \omega t$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}\dot{x} + \frac{D}{m}x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

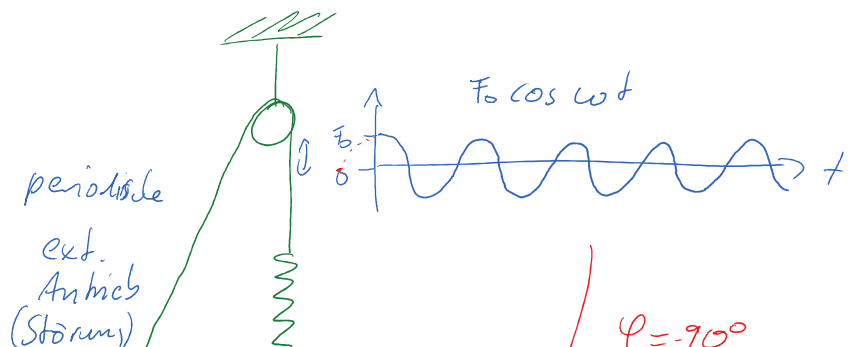
äußere Kraft einwirkung

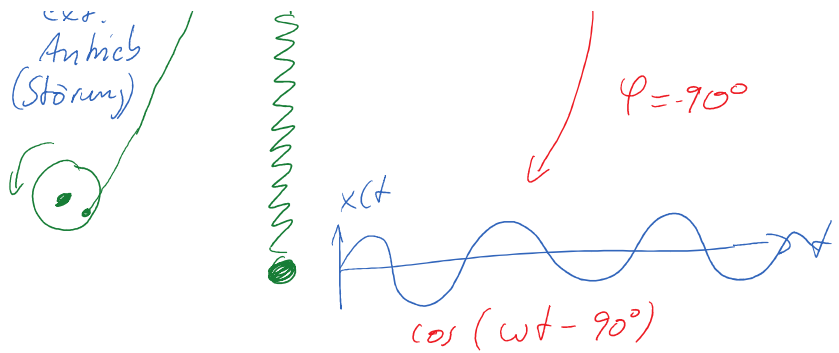
$F_0$  Amplitude

$\omega$ : Kreisfrequenz

↳ inhomogene lineare DGL 2. Ordnung

Film





Lösungsansatz:

$$x(t) = A(\omega) \cdot \cos(\omega t + \varphi(\omega))$$

↑  
frequenzabhängige  
Amplitude

↳  $\varphi$   
Phasenverschiebung zwischen externer  
Kraft und d. Antwort des  
Oszillators

Amplitude (nach Rechnung)

$$A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{4\gamma^2}{m^2} \omega^2}}$$

↳  $4\gamma^2$

Resonanzkurve  
Lorentz-Kurve

• Resonanzfall:

$A(\omega) = \text{maximal}$  (max. Schwingungsamplitude)

für Nenner = minimal

$$\hookrightarrow \omega_{\text{MAX}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$$

mit  $A(\omega_{\text{MAX}}) = \frac{F_0/m}{2\gamma \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}$

• Resonanzkatastrophe

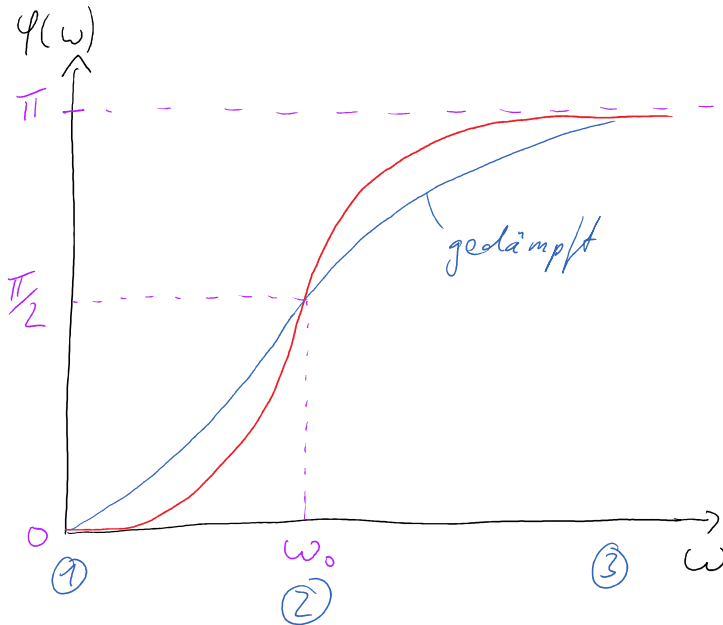
Bei geringer Dämpfung  $\gamma \rightarrow 0$  geht in

Resonanzfall  $\omega \rightarrow \omega_0$  die Amplitude  $A_{\text{MAX}} \rightarrow \infty$

Videos: Tacoma Bridge, Wehrglas

Phasenverschiebung:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{k\omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\right)$$



Grenzfälle:

①  $\omega \ll \omega_0$   
 $\rightarrow \varphi = 0$ ;  $A \approx \frac{F_0}{m \cdot \omega_0}$   
Schwingung in Phase

②  $\omega = \omega_0$   
Resonanzfall  
 $\rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ ;  $A \approx \frac{F_0}{k \omega_0}$

Schwingung gegenphasig

↳ Aufschaukeln der Resonanz

③  $\omega \gg \omega_0$

$\rightarrow \varphi = \pi$

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2 + k^2} \omega^2} \rightarrow 0$$

Oszillatoren kann "zu schnell" Anregungen nicht mehr folgen

