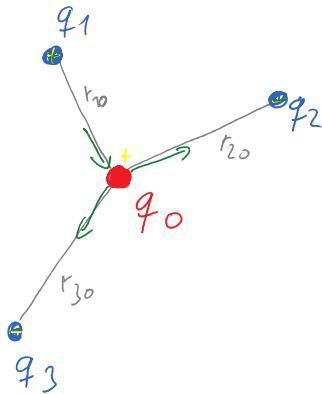


Superpositionsprinzip

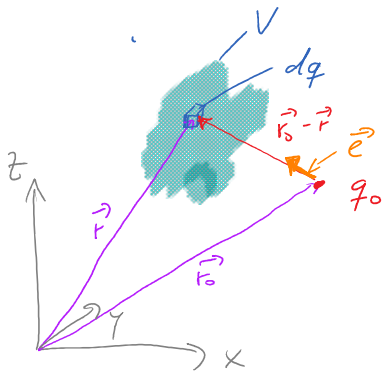
Kräfte sind Vektoren und überlagern sich



- Kraft von N Punktladungen q_i auf Testladung q_0

$$\vec{F}_{ges} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i q_0}{r_{i0}^2} \vec{e}_{r_{i0}}$$

Einheitsvektor



- ausgedehnte Ladungsverteilung

Raumladungsdichte $\rho(\vec{r}) = \frac{dq}{dV}$
(Ladung pro Volumen)

$$\vec{F}_{ges} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{q_0 dq(\vec{r})}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^2} \underbrace{\frac{\vec{r}_0 - \vec{r}}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|}}_{\vec{e}} =$$

$$= \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3} \rho(\vec{r}) dV$$

2.3 ELEKTRISCHES FELDNormierung der Coulombkraft auf Probeladung q

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_c}{q}$$

 $\hat{=}$ Kraft pro TestladungSpannung
elektr. Potential
↓

$$\text{Einheit: } [\vec{E}] = \frac{N}{C} = \frac{Nm}{Cm} = \frac{J}{Cm} = \frac{Ws}{Cm} = \frac{VA_s}{As \cdot m} = \frac{V}{m}$$

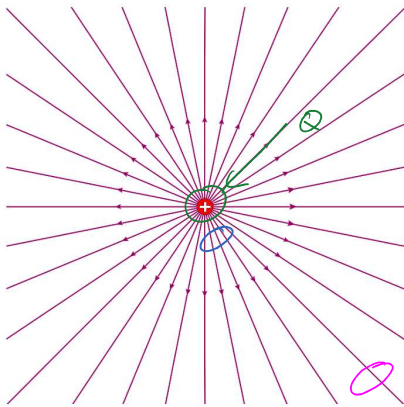
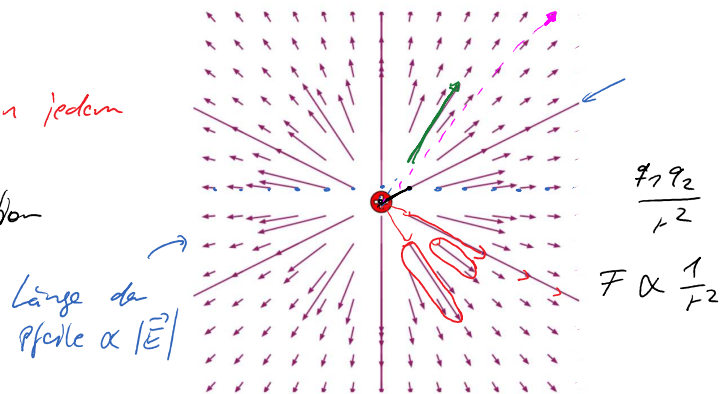
Vgl.: Gravitationsfeld $\rightarrow$ Gravitationspotential $\hat{=}$ Fähigkeit, Arbeit an Testmasse zu verrichtenFür Punktladung Q im Ursprung ($\vec{r}_0 = 0$)

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$$

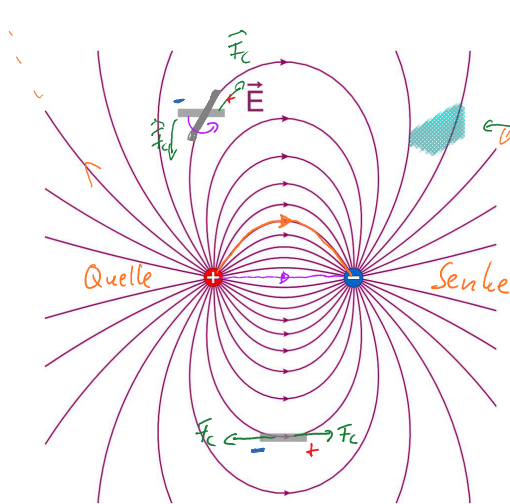
Feldlinien

- Darstellung $\vec{E}$ -Feld in jedem Punkt schwierig
↳ Hilfskonstruktion



Feldlinienbilder:

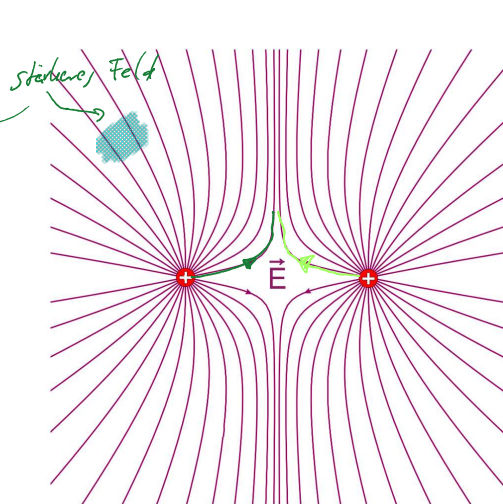
- Pfeile in Richtung der Kraft auf positive Testladung
- Liniendichte in 3D proportional zu $|\vec{E}|$



Dipol

$$Q_{\text{ges}} = 0$$

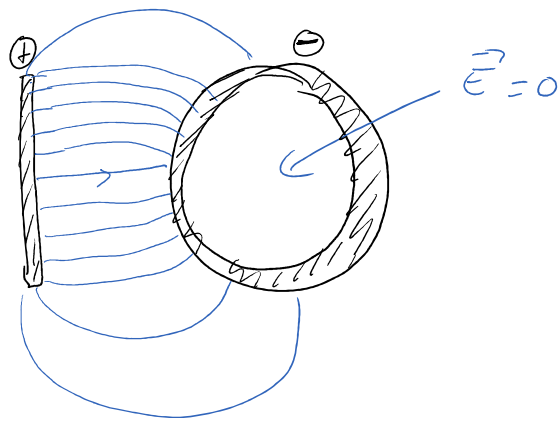
Durch Influenz (vgl. 2.8) entstehen Dipole, die sich im $\vec{E}$ -Feld ausrichten



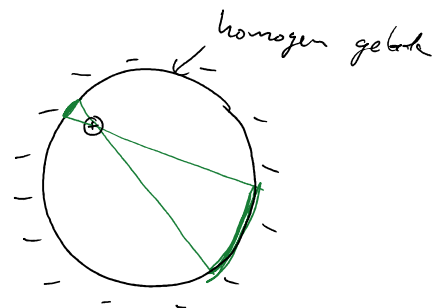
Gleichnamige Ladungen

$$Q_{\text{ges}} = 2q$$

kingurl.com/5x2V15



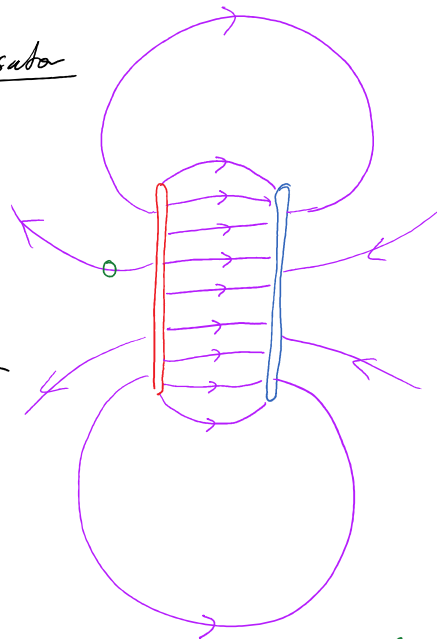
Feld im Inneren des Rings?
(i.I. einer Hohlkugel)



Plattenkondensator

im Inneren:
quasi homogenes
Feld

außerhalb der Platten
fast feldfrei



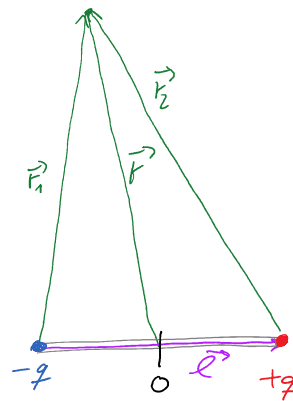
Dipol

Elektrisches Fernfeld $\vec{r} \parallel \vec{p}_1 \parallel \vec{p}_2$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{+q}{|\vec{r}_1|^2} + \frac{-q}{|\vec{r}_2|^2} \right] \vec{e}_r$$

$$\text{mit } \vec{r}_1 = \vec{r} + \frac{1}{2}\vec{l}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r} - \frac{1}{2}\vec{l}$$



$$|\vec{E}(r)| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{(r - \frac{1}{2}l)^2} - \frac{q}{(r + \frac{1}{2}l)^2} \right] = \dots$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left[\left(1 - \frac{l}{2r}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{l}{2r}\right)^{-2} \right] =$$

$$\text{mit } l \ll r \Rightarrow \text{Taylor: } \left(1 + \frac{l}{2r} + \dots\right) - \left(1 - \frac{l}{2r} + \dots\right)$$

mit $l \ll r \Rightarrow$ Taylor: $\left(1 + \frac{l}{r} + \dots\right) - \left(1 - \frac{l}{r} + \dots\right)$
 $\approx \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q l}{r^3}$

$\hookrightarrow$ Dipolmoment $\boxed{\vec{p} = q \cdot \vec{l}} \Rightarrow E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$

Kontinuierliche Ladungsverteilung

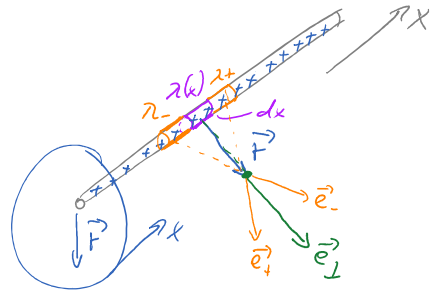
Übergang Summe $\rightarrow$ Integral

z.B. Linienladung $\lambda = \frac{dq}{dx}$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \lambda(x) \frac{\vec{r} - \vec{x}}{|\vec{r} - \vec{x}|^3} dx =$$

$$= \dots = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} \vec{e}_\perp$$

$$\propto \frac{1}{r}$$



Punktladung $\propto \frac{1}{r^2}$

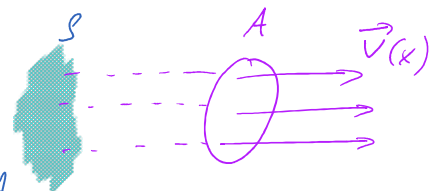
Dipol $\propto \frac{1}{r^3}$

2.4. GAUSS'SCHER SATZ

2.4.1. Elektrischer Fluß

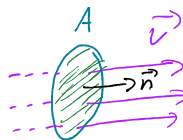
Analog zum Fluß eines Fluides
durch eine Fläche A

$$\Phi = \frac{\text{Masse}}{\text{zeit}} = \frac{S \cdot A \cdot dr}{dt} = \int S \cdot v(x) \cdot dA$$



Orientierung von A relativ zu $\vec{v}$ (für homogenes $\vec{v}$)

• Einfachster Fall

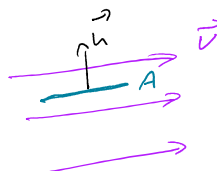


$$\alpha = 0 \quad \cos \alpha = 1$$

$$\vec{v} \parallel \vec{n}$$

$$v \perp A$$

$$\Rightarrow \Phi = S \cdot v \cdot A$$



$$\alpha = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{v} \perp \vec{n}$$

$$\rightarrow \cos \alpha = 0$$

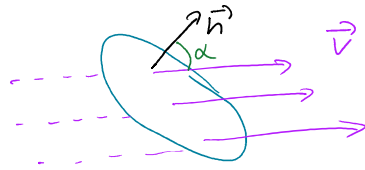
• Kein Fluß durch A

$$v \parallel A$$

$$\Rightarrow \Phi = 0$$

- schräge Fläche

$$\alpha = \angle(\vec{v}, \vec{n})$$



es zählt nur die zur
Fläche senkrechte bzw.
Normalen parallele } Kompo-
nente

$$\Phi = \rho \cdot v \cdot \cos \alpha \cdot A$$

$$= \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot A = \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{A}$$

↑ ↑
Normalenvektor
Skalarprodukt

↑
Flächen normale
↓

Betrag = Fläche
Richtung = $\perp$ zur Fläche

- Inhomogener Fall

$$\Phi = \int_A \rho \cdot \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

Elektrischer Fluß:

$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

↑
elektrische
Feldstärke

2.4.2. GAUSS'SCHER SATZ (INTEGRALFORM)

↳ next week.