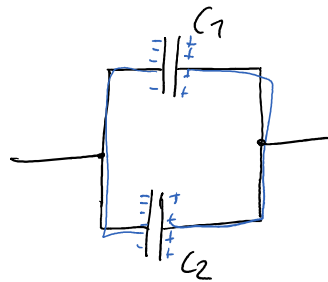


3.3.3. SCHALTUNGSREISE MIT KONDENSATOREN

Parallelschaltung



$$C_i = \epsilon_0 \cdot \frac{A_i}{d}$$

$$C_{\text{ges}} = \epsilon_0 \cdot \frac{A_1 + A_2}{d}$$

Gesamtladung

$$Q = Q_1 + Q_2$$

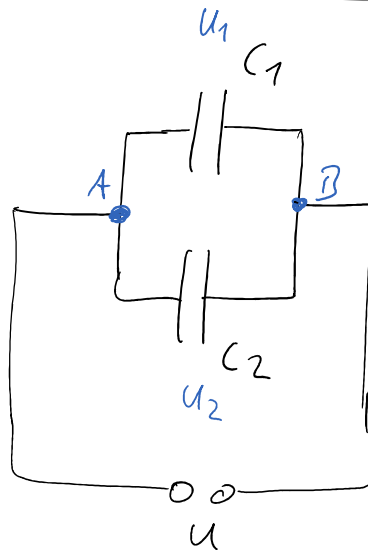
$$= C_1 \cdot U + C_2 \cdot U$$

$$= (C_1 + C_2) \cdot U$$

C_{Gesamt}

Parallelschaltung

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$



$$U_1 = U_2 = U_{AB} = U$$

entspricht Kondensator mit größerer Fläche

Reihenschaltung

im Gleichgewicht:

$$I_{\text{int}} = 0$$

$$\Rightarrow Q_1 = Q_2 =: Q$$

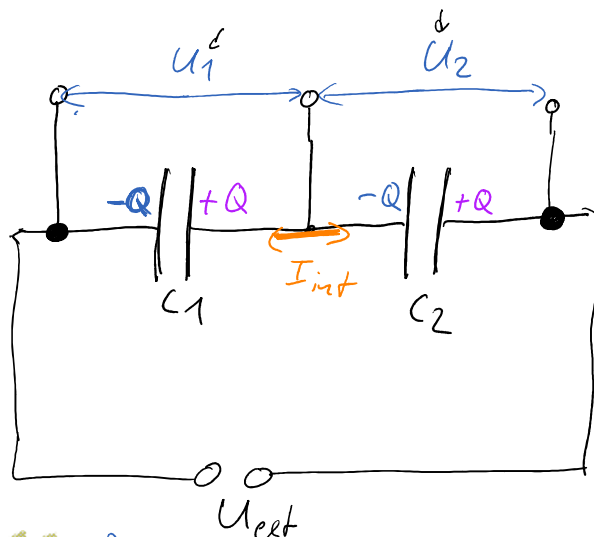
$$U = U_1 + U_2 =$$

Resisten-
regel
mit
Spannungs-
quelle

$$= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

Serienschaltung

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$



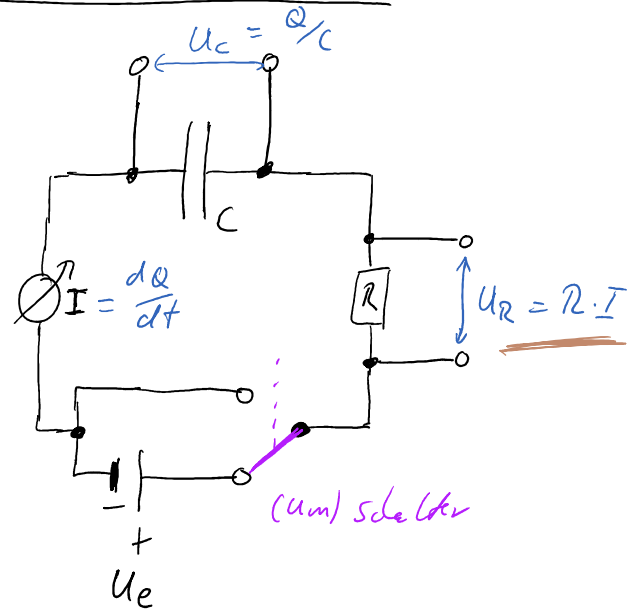
3.4. DYNAMISCHE KONDENSATORSCHALTUNG

Kondensator aufladen

$$U_C = \frac{Q}{C}$$

$$U_R = R \cdot I$$

$$I = \frac{dQ}{dt}$$



- Maschenregel (mit Spannungsquelle)

$$\Rightarrow U_C + U_R = U_e$$

$$\frac{Q}{C} + R \cdot I = U_e \quad | \cdot C$$

mit $Q = Q(t)$ und $I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{dQ(t)}{dt} \cdot R \cdot C + Q(t) = U_e \cdot C$$

inhomogene DGL 1. Ordnung

1). Lösen der homogenen DGL

$$\frac{dQ}{dt} RC + Q = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{Q} \cdot \frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC} \quad | \int dt$$

$$\int \frac{1}{Q} \cdot \frac{dQ}{dt} dt = -\frac{1}{RC} \int dt$$

$$\downarrow$$

$$\int \frac{1}{Q} dQ$$

$$\ln(Q(t)) = -\frac{1}{RC} t + \text{const} \quad | \exp$$

$$\ln(Q(t)) = -\frac{1}{RC}t + \text{const} \quad | \exp$$

$$Q(t) = e^{-\frac{t}{RC} + \text{const}} = e^{\text{const}} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

2) Ansatz für inhomogene DGL

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + a$$

3) Randbedingung: (für das Aufladen, d.h. Spannung)
erschalten bei $t=0$

• $t=0$: nicht geladen

$$Q(0) = 0 = Q_0 + a \Rightarrow a = -Q_0$$

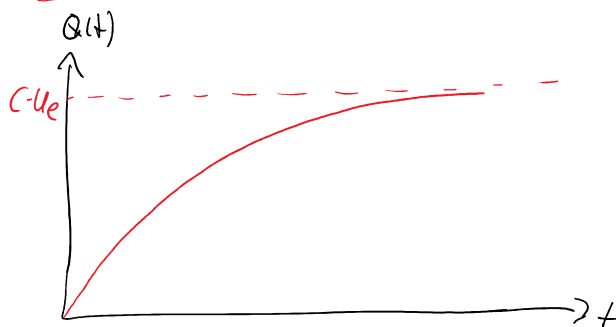
• $t = \infty$: voll aufgeladen

$$I = 0 \Rightarrow U_R = 0 \Rightarrow U_C = U_e$$

$$\Rightarrow Q(\infty) = C \cdot U_e = a = -Q_0$$

$\Rightarrow$ Ladestand

$$Q(t) = C \cdot U_e \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

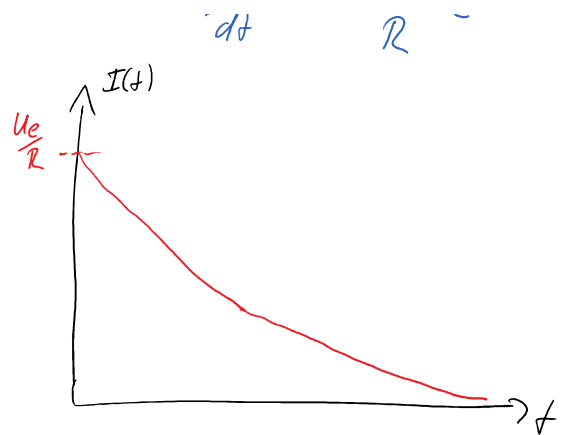
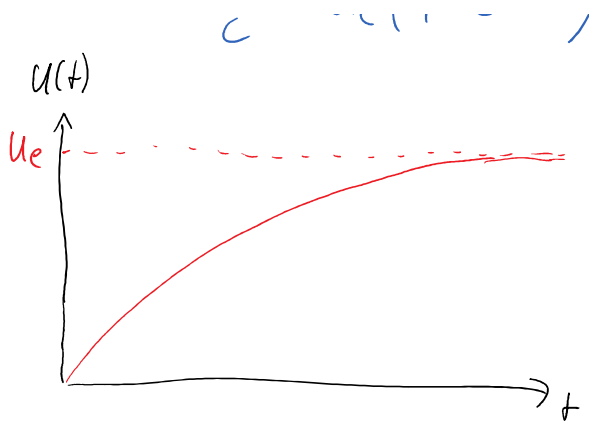


$$U(t) = \frac{Q(t)}{C} = U_e \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$U(t)$

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{U_e}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$\wedge I(t)$



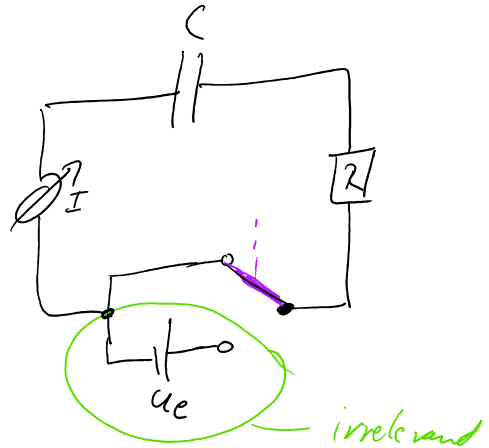
Kondensator entladen

- $U_e = 0 \Rightarrow$ homogene DGL!

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$$

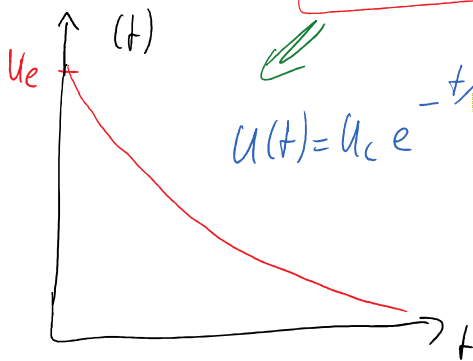
- Randbedingungen

$$Q(t=0) = Q_0 = C \cdot U_e$$

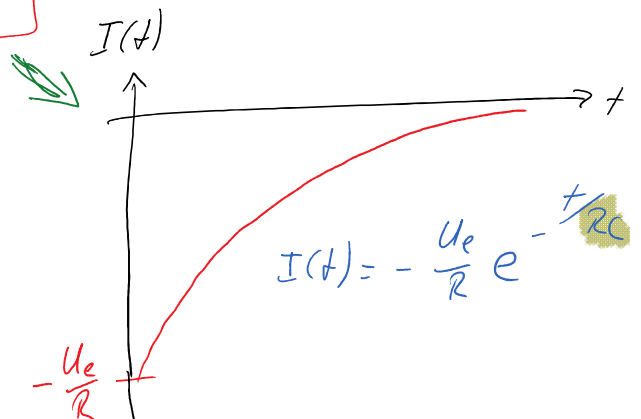


$\hookrightarrow$ Entladen

$$Q(t) = C U_e e^{-t/RC}$$



$$U(t) = U_e e^{-t/RC}$$



$$I(t) = -\frac{U_e}{R} e^{-t/RC}$$

Zeitkonstante im RC-Glied

$$Q(t) = e^{-t/\tau} \text{ mit } \underline{\text{Zeitkonstante}}$$

$$\tau = RC$$

$\hookrightarrow$ typische Lade-/Entladezeit

$$[\tau] = \Omega \cdot F = \frac{V}{A} \cdot \frac{As}{V} = s \quad \checkmark$$

3.5. ENERGIE IM KONDENSATOR

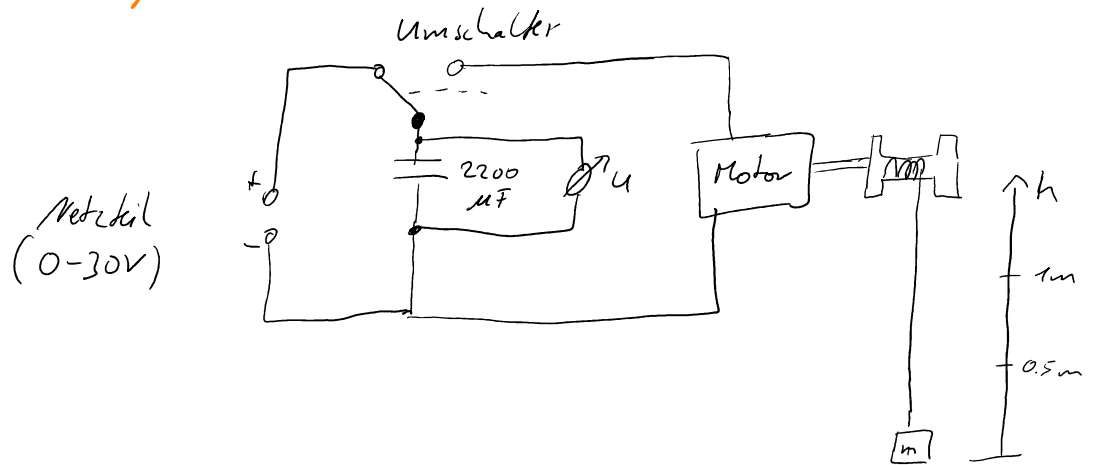
Betrachte **Energieerhaltung** beim Entladen

⇒ Wärmearbeit im Widerstand R

$$W = \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} U(t) \cdot |I(t)| dt = \int_0^{\infty} \frac{U_e^2}{R} e^{-\frac{2t}{RC}} dt =$$

$$= -\frac{U_e^2}{R} \cdot \frac{RC}{2} e^{-\frac{2t}{RC}} \Big|_0^{\infty} = \boxed{\frac{1}{2} C U_e^2}$$

Versuch: Energie im Kondensator



Gespeicherte Energie
= Hubarbeit

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} C U^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$m = 40g$$

$U_e [V]$	$h [m]$
7.1	0,14
10.1	0,30
14.3	0,59
20.2	1,20

Energie dichte elektrisches Feld

$$E_{\text{cond}} = \frac{1}{2} C U^2$$

$$\text{mit } C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$\text{und } U = |\vec{E}| \cdot d$$

$$\hookrightarrow E_{\text{cond}} = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot |\vec{E}|^2 \cdot d^2$$

$$= \frac{1}{2} |\vec{E}| \cdot \epsilon_r \epsilon_0 \cdot |\vec{E}| \cdot A \cdot d$$

$$= \frac{1}{2} |\vec{E}| \cdot \underbrace{\epsilon_r \cdot \epsilon_0}_{|\vec{D}|} \cdot |\vec{E}| \cdot \underbrace{A \cdot d}_{\text{Volumen } V}$$

Energie dichte

$$\frac{E_{\text{com}}}{V} = \frac{1}{2} |\vec{E}| |\vec{D}|$$

