Feld einer Leiterschleife

- $\vec{B}$ im Zentrum

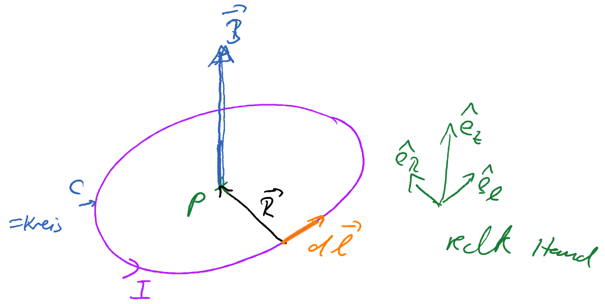
$\vec{e}_\ell \times \vec{e}_R = \vec{e}_z$

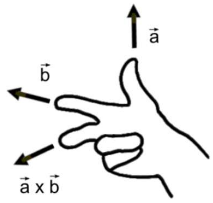
$$\vec{B} = \oint_C d\vec{B} =$$

$$= \oint \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{\ell} \times \vec{e}_R}{R^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\,\cancel{4\pi}} I \frac{1}{R^{\cancel{2}}} \vec{e}_z \underbrace{\oint_C d\ell}_{2\pi R}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R} \vec{e}_z}$$





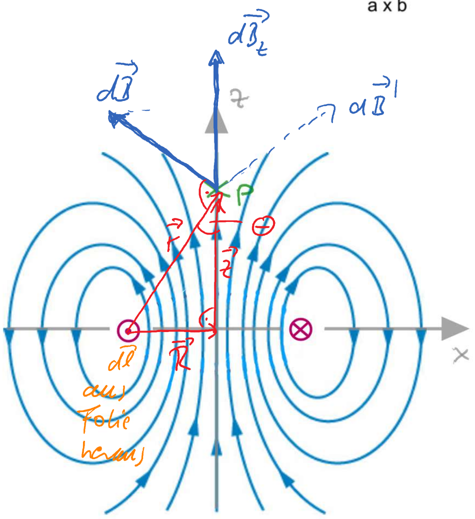
- $\vec{B}$ entlang der z-Achse

$$\vec{B} = \oint_C \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\overbrace{d\vec{\ell} \times \vec{e}_r}^{\sin\theta\, \vec{e}_z\, d\ell}}{\underbrace{r^2}_{=(R^2+z^2)}}$$

$\sin\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$

$$= \frac{\mu_0}{2\,\cancel{4\pi}} I \frac{\sin\theta}{(R^2+z^2)} \vec{e}_z \underbrace{\oint d\ell}_{=2\pi R}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}} \vec{e}_z}$$



$$\oint_{Kreis} d\ell = 2\pi R$$

Test: für $z = 0$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I}{2R} \quad \text{s.o.}$$

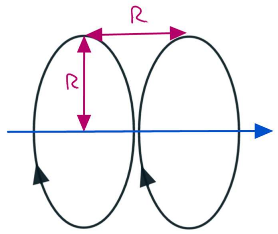
Für große Abstände $z \gg R$

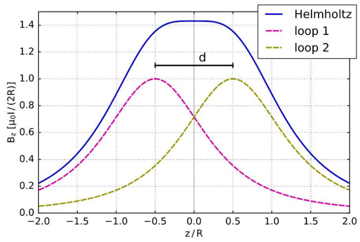
$$B \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2 z^3} \quad \leftarrow \text{vgl. elektrischen Dipol}$$

Helmholtzspulen

Anz. d. Windungen

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N \cdot I}{2} \left(\frac{R^2}{\left(R^2 + \left(z - \frac{R}{2}\right)^2\right)^{3/2}} + \frac{R^2}{\left(R^2 + \left(z + \frac{R}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \right)$$





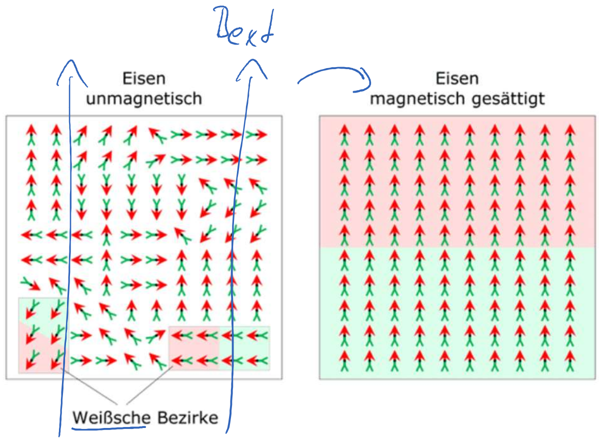
↳ sehr homogenes Feld im Zentrum.

4.4. MAGNETISCHE MATERIALIEN

Diamagnetismus
Paramagnetismus
Ferromagnetismus

$\rightarrow$ Tipler

4.4.3. Ferromagnetismus

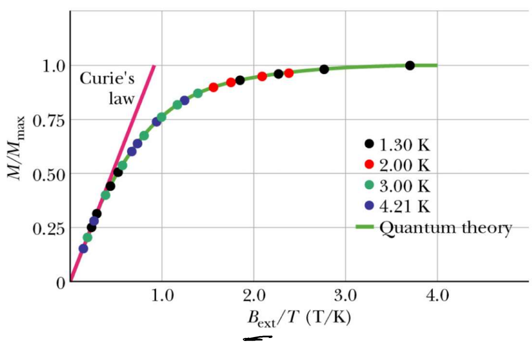


Therm. Bewegung kann Magnetisierung zerstören $\rightarrow$ Curie-Temperatur

Magnetisierung $\vec{M}$

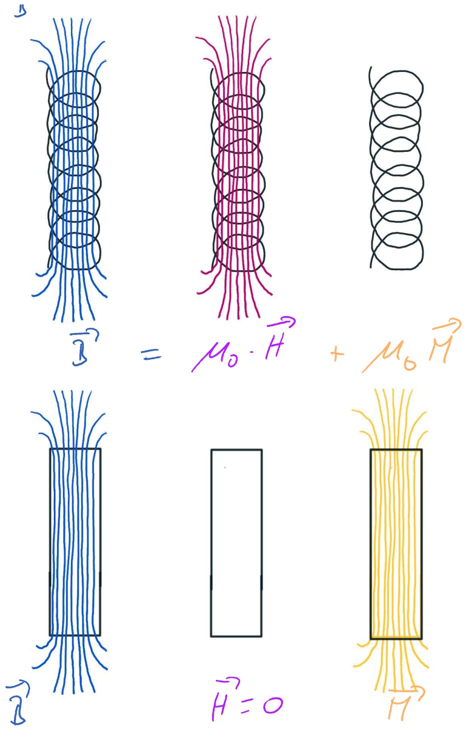
- wächst mit $\vec{B}$ bis zur Sättigungsgrenze (nur 1 Weißsche Bezirk)
- nimmt mit T ab

$$\vec{M} = C \cdot \frac{\vec{B}_{ext}}{T}$$



3.5. MAGNETISCHE FELDSTÄRKE UND MAGNETSIERUNG

$\vec{B}$ $\vec{H}$ $\vec{M} = 0$



Ideale Spule
(kein Material)

↳ nur elektrisch induziertes Feld

Stabmagnet
ohne äußeren Strom

↳ nur Magnetisierung

Def.:

- magnetische Feldstärke $\vec{H}$
  ↳ erzeugt durch den elektrischen Strom

- Magnetisierung $\vec{M}$
  ↳ erzeugt durch magnetische Momente $\vec{\mu}$ im Material

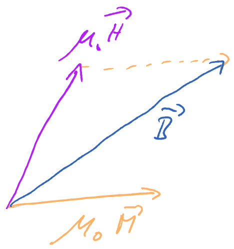
  $\vec{M} = \frac{\Sigma \vec{\mu}}{\text{Volumen}}$ $\quad [\mu_0 M] = \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{Am^2}{m^3} = \frac{J}{Am^2} = \frac{Nm}{Am^2} = [B]$

- effektive magnetische Flußdichte

  $$\boxed{\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})}$$

- nur $\vec{B}$ ist meßbar (Lorentzkraft)
  $\vec{H}, \vec{M}$ sind "Hilfsgrößen"

- i. Allg. sind $\vec{H}$ und $\vec{M}$
  nicht parallel → vektorielle Addition



- andernfalls: magnetische Suszeptibilität

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}}$$

magnetische Suszeptibilität "chi" $\qquad$ magn. Permeabilität

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

$$\chi_m \cdot \vec{H} = \vec{M}$$

1) Diamagnetismus

$\chi_m < 0 \Rightarrow \vec{M} \uparrow\downarrow \vec{H}$

2) Paramagnetismus

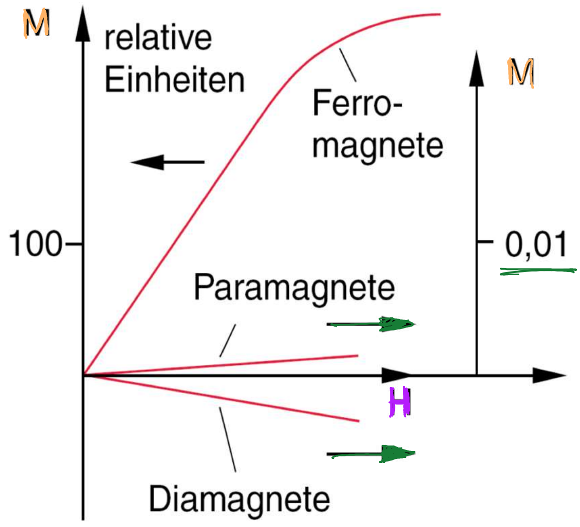
$\chi_m > 0 \Rightarrow \vec{M} \uparrow\uparrow \vec{H}$

$\chi_m(T) \propto \frac{1}{T}$

3) Ferromagnetismus

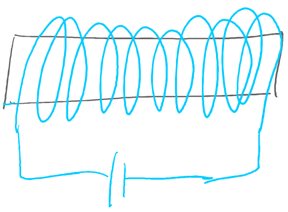
$\chi_m \gg 0$ für $T < T_c$

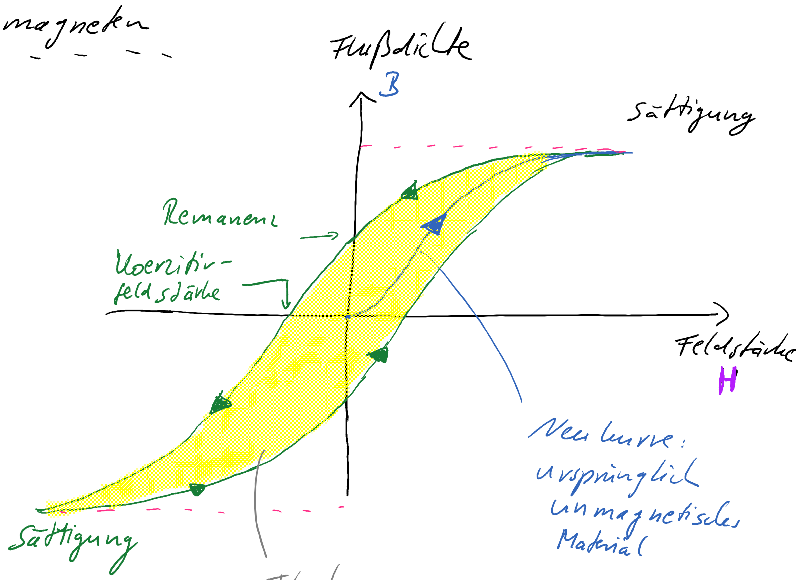
Fe: $\chi_m \sim 5 \cdot 10^3$



Hysterese von Ferromagneten

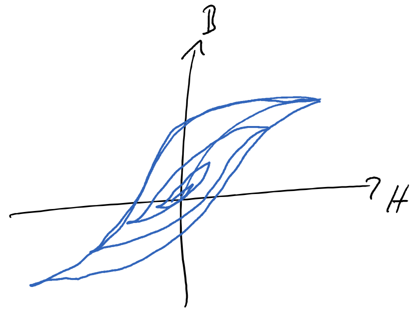
$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$





Fläche = Arbeit für Umpolung

Entmagnetisierung durch mehrfaches Abfahren der Hysteresekurve mit abnehmendem H_{max}



4.6. VEKTORPOTENTIAL

$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial \ldots \end{pmatrix}$

4.6. VEKTORPOTENTIAL

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix}$$

Elektrostatisches Potential

Skalarfeld
"Volt"

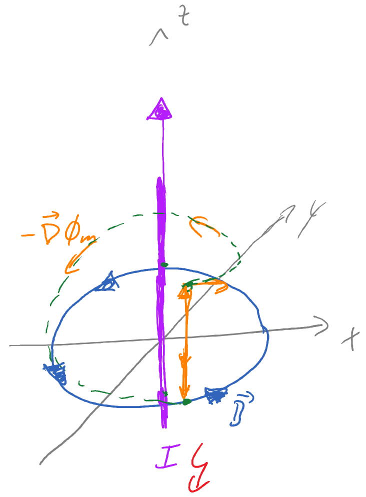
$$\vec{E}(\vec{r}) = -\operatorname{grad} \phi(\vec{r}) = -\vec{\nabla} \cdot \phi(\vec{r})$$

analog: magnetisches Potential?

$$\vec{B}(\vec{r}) = \cancel{-\operatorname{grad} \phi_m(\vec{r})}$$

Gedankenexperiment
$\vec{B}$-Feld gerader Leiter

↳ nicht möglich



Vektorpotential

Vektorfeld

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \operatorname{rot} \vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{A}}$$

Damit ist automatisch

$$\operatorname{div} \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \right]$$

$$= \left(\cancel{\frac{\partial A_z}{\partial y \partial x}} - \cancel{\frac{\partial A_y}{\partial z \partial x}} \right) + \left(\cancel{\frac{\partial A_x}{\partial z \partial y}} - \cancel{\frac{\partial A_z}{\partial x \partial y}} \right) + \left(\cancel{\frac{\partial A_y}{\partial x \partial z}} - \cancel{\frac{\partial A_x}{\partial y \partial z}} \right) =$$

$$= 0$$

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{B} = 0}$$

↳ Magnetfeld ist quellfrei

↳ keine magnetischen Monopole