- $\vec{E}$ und $\vec{H}$ in Phase
- $\vec{E} \perp \vec{H}$, $\vec{E}, \vec{H} \perp \vec{z}$
- $\frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} \Rightarrow \frac{E_0}{B_0} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r}} = c$

Energiedichte

$$\Rightarrow H_0 = E_0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\mu_0 \mu_r}}$$

$$\boxed{w = \frac{1}{2} \vec{D}\vec{E} + \frac{1}{2} \vec{B}\vec{H}}$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E_0^2 + \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H_0^2 = \boxed{\varepsilon_0 \varepsilon_r E_0^2 = \mu_0 \mu_r H_0^2}$$

↳ gleiche Anteile in $\vec{E}$ und $\vec{B}$ Feld

5.6.4 POYNTING-VEKTOR

Für el.mag. Welle

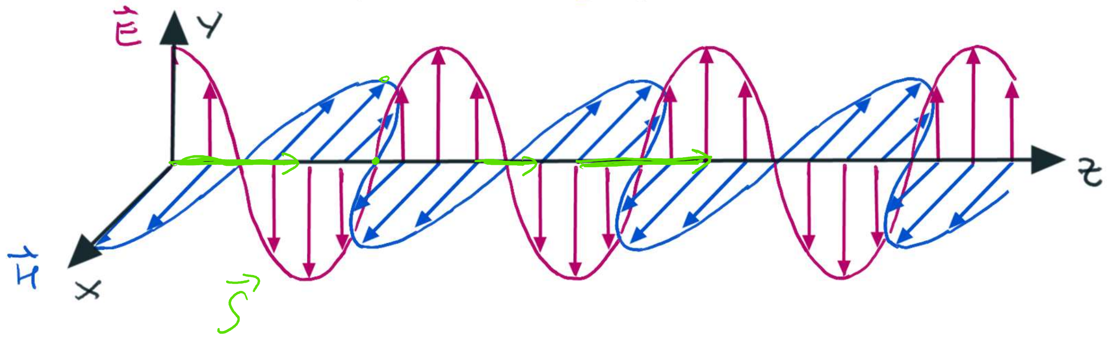
$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \vec{e_z} \left(E_x H_y - E_y H_x \right)$$

$$= \vec{e_z} \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\mu_0 \mu_r}} \, |E_0|^2}_{} \cos^2(\omega t - kz)$$

$$= \vec{e_z} \cdot c \cdot w \cdot \cos^2(\omega t - kz)$$

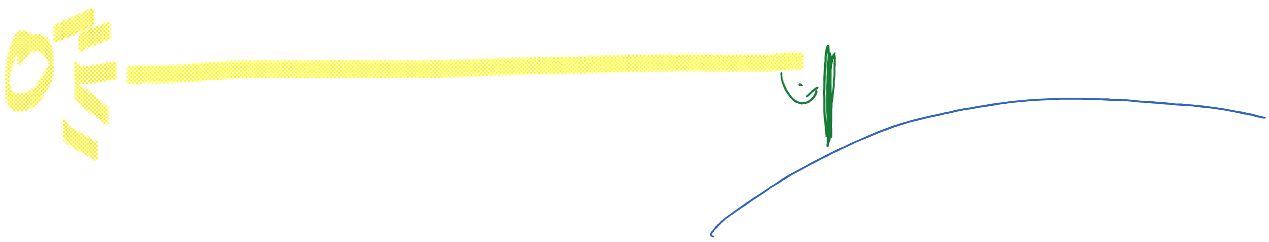
↳ Energie strömt mit Geschwindigkeit c in z-Richtung
(wie eine Longitudinalwelle)

$$[S] = \frac{m}{s} \cdot \frac{J}{m^3} = \frac{J}{m^2 s} = \frac{W}{m^2}$$



Bsp. Solarkonstante

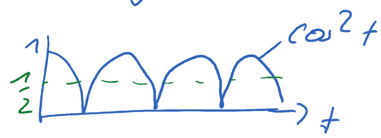
↳ Leistung des Sonnenlichts bei $\perp$ Einstrahlung



$$S_\odot = \langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T |\vec{S}|\,dt \approx 1350\ \mathrm{W/m^2}$$

ca. $1.4\ \mathrm{kW/m^2}$

$$= \varepsilon_0 \varepsilon_r E_0^2\, c\, \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\omega t - kz)\,dt = \varepsilon_0 \varepsilon_r c \frac{E_0^2}{2}$$



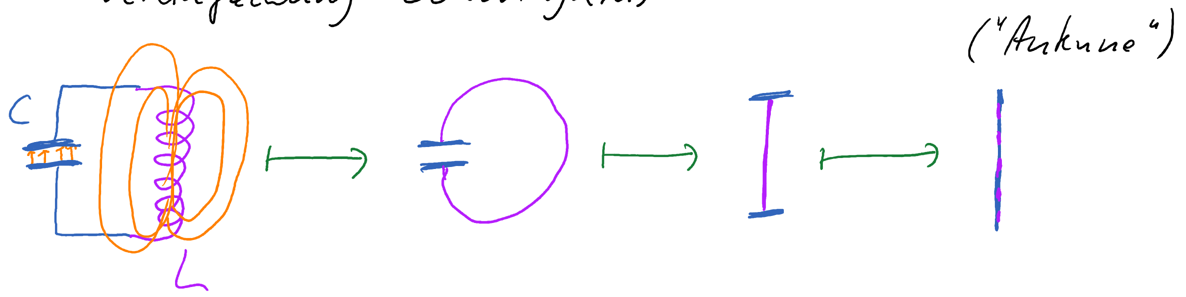
$$E_0 = \sqrt{\frac{2 S_\odot}{\varepsilon_0 \cdot c}} \approx 10^3\ \mathrm{V/m}$$

$$B_0 = \frac{E_0}{c} \approx 3.4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

5.6.6. HERTZ'SCHE DIPOL

Vereinfachung Schwingkreis

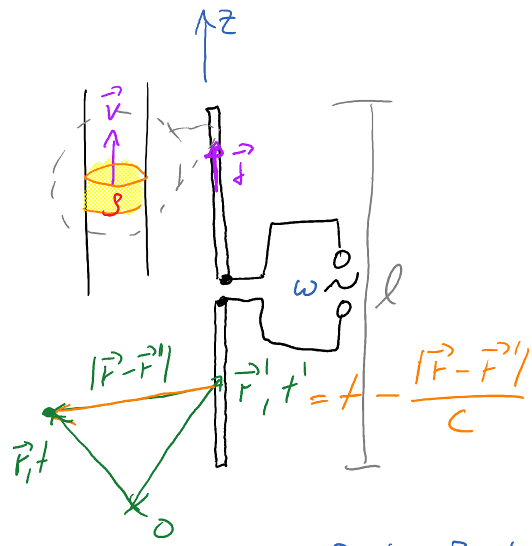
Vereinfachung Schwingkreis



Energie in lokalen Feldern

Energie wird abgestrahlt

abgestrahltes Feld

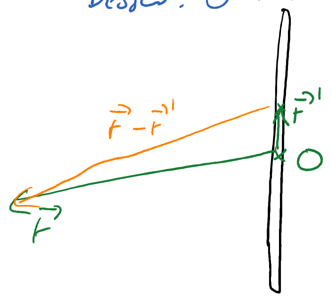


• Stromdichte $\vec j(\vec r,t) = \rho \cdot \vec v(\vec r,t)$

• Vektorpotential

$$\vec A(\vec r,t) \propto \frac{1}{4\pi}\int \frac{\vec j\left(\vec r', t-\frac{|\vec r-\vec r'|}{c}\right)}{|\vec r-\vec r'|}\, d^3r'$$

besser: O im Zentrum der Antenne



Vereinfachung

• Fernfeld $|\vec r-\vec r'| \gg \ell$

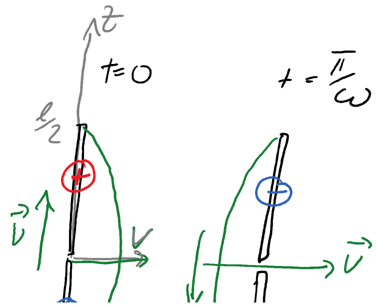
↳ $|\vec r-\vec r'|$ ist const. über die Antenne

• Laufzeit $\frac{\ell}{c} = \tau \ll T = \frac{2\pi}{\omega}$ ⇒ stehende Welle auf der Antenne

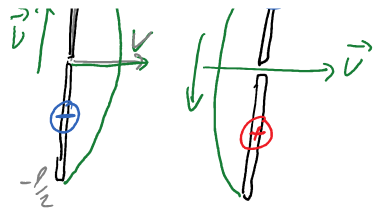
Schwingende Ladungen auf Antenne

$$\vec v(z,t) = \vec e_z\, v_0\, \overbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{z}{\ell/2}\right)}^{\text{Strom} = 0 \text{ am offenen Ende}} \cos(\omega t)$$

⇒ stehende Welle



⇒ stehende Welle



↳ $\int \vec{v}\cdot\rho \, dz = \vec{e}_z \cdot v_0 \, l \rho \cos(\omega t)$

$v \propto \omega$

$$= \frac{d}{dt} \vec{p}_0 \sin(\omega t)$$

Dipolmoment

Einsetzen ins Vektorpotential und $\vec{B}(\vec{r},t) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r},t)$ .....

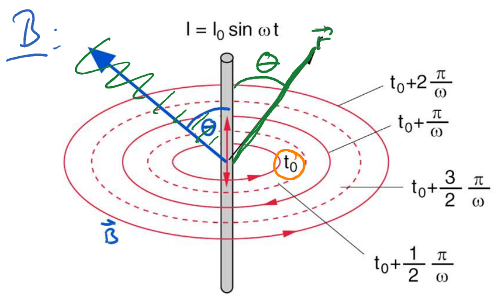
↳ $\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^3}\left[(\dot{\vec{p}} \times \vec{r}) + \frac{r}{c}(\ddot{\vec{p}} \times \vec{r}) \right]$

bei t' !   dominiert im Fernfeld

Es ist $\vec{B} \perp \vec{p}$ und $\vec{B} \perp \vec{r}$ ⇒ Kugelwelle

Mit $\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ folgt

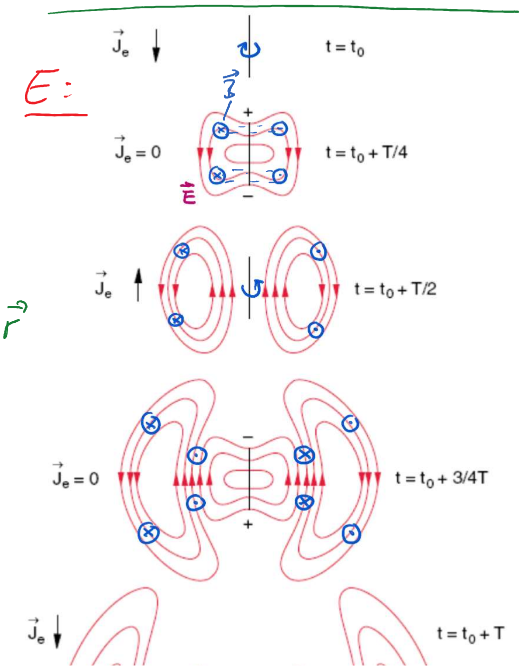
$$\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}\left[\ddot{\vec{p}} - (\ddot{\vec{p}}\cdot\vec{e}_r)\cdot\vec{e}_r \right]$$



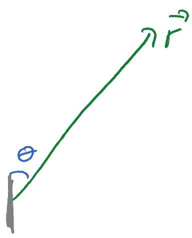
⇒ im Fernfeld

$$\frac{|B|}{|E|} = \frac{1}{c}$$

$$\vec{B} \perp \vec{E}$$



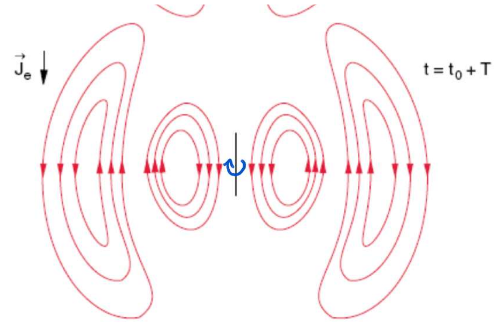
Abgestrahlte Leistung



$|\vec{B}| \propto |\vec{p} \times \vec{r}| \propto \sin\theta$

$|\vec{E}| \propto |\vec{p}|\cdot(1 - \vec{e}_p \cdot \vec{e}_r) \propto \sin\theta$

$|E| \propto |p| \cdot (1 - \ldots$



Der Hertzsche Dipol strahlt
am meisten $\perp$ zur Antenne
gar nicht in Richtung der Antenne

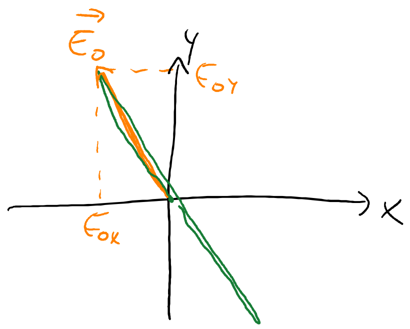
$\Rightarrow$ Poynting-Vektor

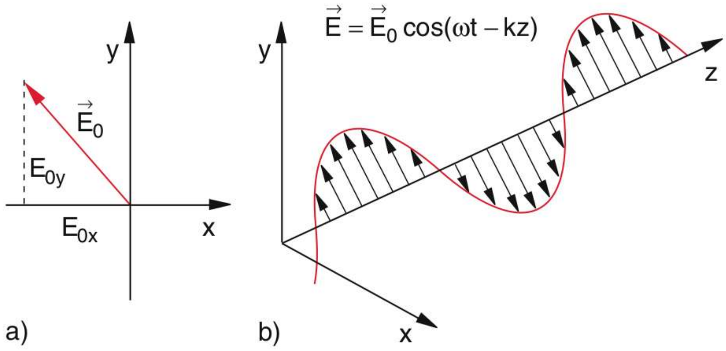
$$|\vec{S}| \propto S_0 \cdot \underbrace{\frac{\omega^4}{4\pi r^2}}_{\text{Kugelfläche}} \underbrace{\sin^2\theta}_{\text{Dipol}} \underbrace{\sin^2(\omega t - kz)}_{\text{Welle}}$$

5.6.7. POLARISATION DES LICHTES

wir betrachten jetzt nur das elektr. Feld
(immer ist $\vec{B} \perp \vec{E}$!)

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz)$$





$$\vec{E}_0 = E_{0x}\,\vec{e}_x + E_{0y}\,\vec{y}$$

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}\cos(\omega t - kz) \\ E_{0y}\cos(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$$

linear polarisiertes Licht

zirkular polarisiertes Licht

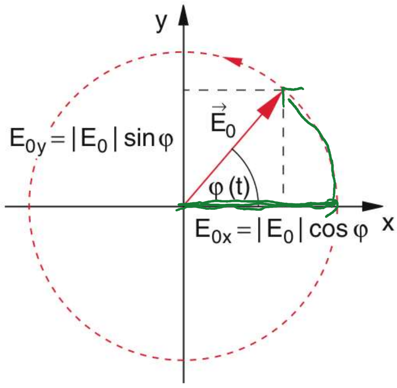
es sei $E_{0x} = E_{0y}$ aber

die beiden Komponenten seien 90° phasenverschoben

$$E_x = E_{0x} \cdot \cos(\omega t - kz)$$

$$E_y = E_{0y} \cdot \cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}\right) =$$

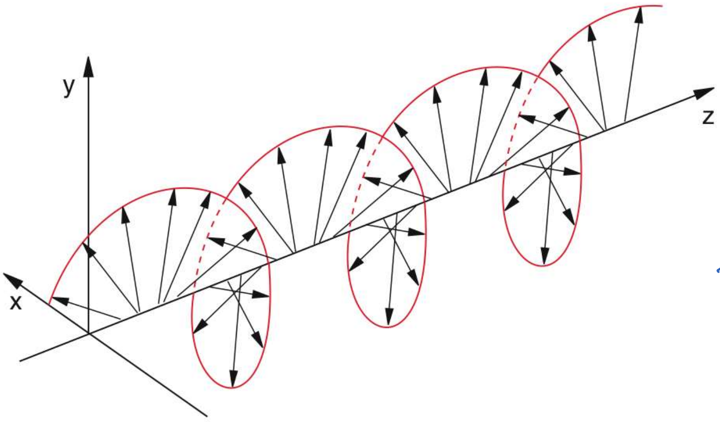
$$= E_{0y} \cdot \sin(\omega t - kz)$$



→ Kreis

links-zirkular

a)



Spitze des $\vec{E}$-Vektors läuft entlang einer Helix

zirkular polarisiert

b)

σ^- : rechts-zirkular

σ^+ : links-zirkular