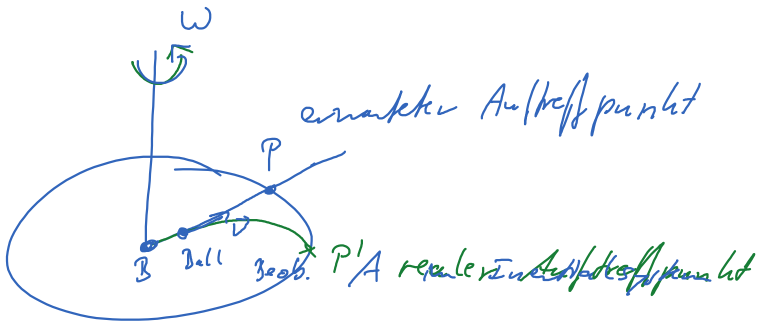
Corioliskraft

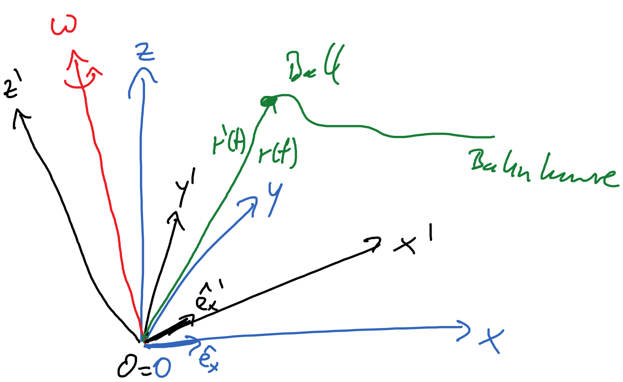


Corioliskraft = tangentiale Scheinkraft

$$\vec{F}_c = -2m \; \vec{\omega} \times \vec{v}$$

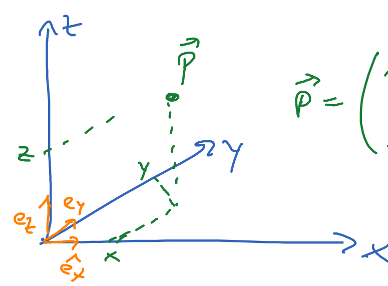
Roth, Stahl Band 1

S. 171 ff



S: $\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{e}_x + y(t)\,\hat{e}_y + z(t)\,\hat{e}_z$

S': $\vec{r}'(t) = x'(t)\,\hat{e}_x' + y'(t)\,\hat{e}_y' + z'(t)\,\hat{e}_z'$



$$\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\hat{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \hat{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \hat{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{p} = x \cdot \hat{e}_x + y \cdot \hat{e}_y + z \cdot \hat{e}_z$$

S: Inertialsystem

S': rotierendes System

Geschwindigkeit:

S: $\vec{v}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\hat{e}_x + \frac{dy(t)}{dt}\hat{e}_y + \frac{dz(t)}{dt}\hat{e}_z$

S': $\vec{v}'(t) = \frac{dx'(t)}{dt}\hat{e}_x' + \frac{dy'(t)}{dt}\hat{e}_y' + \frac{dz'(t)}{dt}\hat{e}_z'$

$$S': \quad \vec{v}'(t) = \frac{dx'(t)}{dt}\hat{e}_x' + \frac{dy'(t)}{dt}\hat{e}_y' + \frac{dz'(t)}{dt}\hat{e}_z'$$

$+z \cdot \hat{e}_z'$

in S: $$\vec{v}(t) = \frac{dx'(t)}{dt}\hat{e}_x' + \frac{dy'(t)}{dt}\hat{e}_y' + \frac{dz'(t)}{dt}\hat{e}_z'$$
$$+ x'(t)\frac{d\hat{e}_x'}{dt} + y'(t)\frac{d\hat{e}_y'}{dt} + z'(t)\frac{d\hat{e}_z'}{dt}$$
$$= \vec{v}'(t) + \vec{u}(t)$$

S' Bewegung gegenüber S

jetzt: rotiert S' um S mit Rotationsachse $\vec{\omega}$

$$\frac{d\hat{e}_x'}{dt} = \vec{\omega} \times \hat{e}_x', \quad \frac{d\hat{e}_y'}{dt} = \vec{\omega} \times \hat{e}_y', \quad \frac{d\hat{e}_z'}{dt} = \vec{\omega} \times \hat{e}_z'$$

$$u'(t) = (\vec{\omega} \times \hat{e}_x')x'(t) + (\vec{\omega} \times \hat{e}_y')y'(t) + (\vec{\omega} \times \hat{e}_z') \cdot z'(t)$$
$$= \vec{\omega} \times (x'(t) \cdot \hat{e}_x' + y'(t)\hat{e}_y' + z'(t)\hat{e}_z')$$
$$= \vec{\omega} \times \vec{r}'(t)$$
$$= \vec{\omega} \times \vec{r}(t)$$

$\vec{r}' = \vec{r}$ (der physische Ortsvektor ist in S und S' gleich!)

Transformation der Geschwindigkeiten

$$\vec{v}(t) = \vec{v}'(t) + \vec{\omega} \times \vec{r}(t)$$

Beschleunigung

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0$$

$$\boxed{\vec{a}(t)} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d\vec{v}'(t)}{dt} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

$$\frac{d\vec{v}'(t)}{dt} = \frac{dv_x'(t)}{dt} \cdot \hat{e}_x' + \frac{dv_y'(t)}{dt} \cdot \hat{e}_y' + \frac{dv_z'(t)}{dt} \cdot \hat{e}_z'$$
$$+ v_x'(t) \cdot \frac{d\hat{e}_x'}{dt} + v_y'(t) \cdot \frac{d\hat{e}_y'}{dt} + v_z'(t)\frac{d\hat{e}_z'}{dt}$$

$$+ v_x'(t)\cdot \frac{d\hat{e}_x'}{dt} + v_y'(t)\cdot\frac{d\hat{e}_y'}{dt} + v_z'(t)\,\frac{d\hat{e}_z'}{dt}$$

$$= \underbrace{\vec{a}'(t)}_{1.\,\text{Zeile}} + (\vec\omega\times\hat e_x')\cdot v_x'(t) + (\vec\omega\times\hat e_y')\cdot v_y'(t) + (\vec\omega\times\hat e_z')\cdot v_z'(t)$$

$$= \boxed{\vec a'(t) + \vec\omega\times\vec v'(t)}$$

vorher: $\vec v(t) = \vec v'(t) + \vec\omega\times\vec r(t)$

$$\vec a(t) = \vec a'(t) + \vec\omega\times\vec v'(t) + \vec\omega\times\vec v(t) =$$

$$= \vec a'(t) + \vec\omega\times\vec v'(t) + \vec\omega\times\left(\vec v'(t)+\vec\omega\times\vec r(t)\right)$$

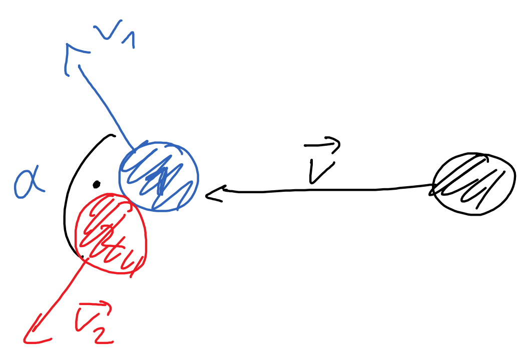
$$= \vec a'(t) + 2\vec\omega\times\vec v'(t) + \vec\omega\times\left(\vec\omega\times\vec r(t)\right)$$

nach a' auflösen, außerdem $\vec a\times\vec b = -\vec b\times\vec a$

$$a'(t) = \vec a(t) + 2\vec v'(t)\times\vec\omega + \vec\omega\times\left(r(t)\times\vec\omega\right)$$

$$= \vec a(t) + \vec a_c(t) + \vec a_{ZF}(t)$$

Experimente



alle m gleich

Impulserhaltung: $\underbrace{m\cdot\vec v}_{\text{vorher}} = \underbrace{m\vec v_1 + m\vec v_2}_{\text{nachher}}$

Energieerhaltung: $\frac12 m\vec v^2 = \frac12 m\vec v_1^2 + \frac12 m\vec v_2^2$

→ 1 2 : $\vec v^2 = (\vec v_1+\vec v_2)^2 =$

↳ 12.

$$\vec{v}^2 = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2)^2 =$$

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + \underbrace{2|\vec{v}_1||\vec{v}_2| \cdot \cos\alpha}_{=0 \text{ für } \alpha = 90^\circ}$$

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2$$